Doppelstunde Dienstag, den 05.01.2021

Aufgabenerledigung bis Freitag, den 08.01.2021

Stochastik

Einführung

Wir beginnen mit der Wiederholung stochastischer Begriffe. Viele davon wurden schon in der Sekundarstufe I behandelt. Es lohnt sich bestimmt, die alten Unterlagen nochmal heraus zu suchen, falls sie nicht schon im Papiermüll gelandet sind. Aber auch in diesem Fall werden wir unseren Stoff bearbeiten können. Ich habe vor, alle wesentlichen Begriffe noch mal an zu sprechen und kleine Übungen durch zu führen. Dabei tauchen auch hier und dort einige neue Begriffe und Rechenverfahren auf.

*Das Thema teilt sich in drei Stoffgebiete auf: **Wahrscheinlichkeitstheorie, Zufallsgrößen und Statistik**. Auf Grund der Corona-Pandemie müssen wir das dritte Thema Statistik nicht behandeln. Es ist nicht Thema der Abiturprüfung. Es hat aber Bedeutung für die Hochschulausbildung. Wir werden sehen, ob ich zu diesem Thema wenigstens einige Anmerkungen machen kann.*

Die Verweise auf das LB Klett habe ich in den Anhang dieses Scripts gelegt. Sobald wir uns wieder in der Schule treffen können, geben ich dieses Lehrbuch aus.

*Der Einstieg in das Thema Wahrscheinlichkeitstheorie erfolgt hier mit **Seite 2**. Ich habe dazu einige geschichtliche Hintergründe herausgesucht und ein paar Zitate hinzu gelegt. Verschafft Euch dazu selbst einen Eindruck. Und versucht einmal, die Überschrift zu entziffern.*

*Auf **Seite 3** beginnen wir nun mit dem **ersten** Punkt: **Zufallsexperimente**. Ihr findet hier einige Beispiele, Merksätze und Übungen zum Begriff Zufallsexperiment. Druckt Euch die Scriptseiten aus und füllt die Lückentexte aus. Die Lösungen findet Ihr immer zur angegebenen Unterrichtsstunde (Termin Aufgabenerledigung – siehe oben) auf meiner Homepage.*

***Seite 4** erläutert im **zweiten** Punkt den Begriff **Ereignis**. Bei Zufallsexperimenten sind zufällige Ereignisse **Teilmengen** der Ergebnismenge. Schaut Euch auch dazu die Beispiele an. Ergänzt die Lückentexte und lernt die Begriffe und Definitionen.*

Στοχασμοσ

(griech. mutmaßen, vermuten)

Studieren Sie zur Geschichte der Stochastik LB Klett S. 256/257.

Kursthema: Wahrscheinlichkeitstheorie und Mathematische Statistik

Wahrscheinlichkeitstheorie:

- Gewinnchancen beim Glüchsspiel (Würfelspiele) --> mathemat. Betrachtungen waren Auslöser für die Entwicklung dieser Theorie (PASCAL, FERMAT, HUYGHENS)
- 1713 "Über die Kunst des Vermutens" von BERNOULLI --> Entwicklung der Kombinatorik
- 1812 Theorie der Wahrscheinlichkeit ..entwickelt von LAPLACE

Mathematische Statistik:

- 2600 v.Chr. Volkszählung in Ägypten gewonnene Datenmengen eigneten sich zur Auswertung wirtschaftlicher Belange
- Begriff STATISTIK wurde von ACHENWALL (1748) geprägt
- Begriffe NORMALVERTEILUNG, BINOMIALVERTEILUNG, POISSON-VERTEILUNG stammen von GAUSS und QUETELETT (Statistik der Brustumfänge schottischer Soldaten)
- Statistische Gesetze beschreiben das Verhalten einer Vielzahl von Einzelereignissen mit unterschiedlichen Einzelerscheinungen

Anwendungen und Zielstellungen:

Voraussage von Entwicklungen (Klima, Ökologie, Biologie, Wirtschaft, Soziologie, Medizin,...)
Auswertungen von Umfragen, Erhebungen Hochrechnungen (Wahlen),...
Entwicklung der Spieltheorie
Physik: Heisenbergsche Unschärferelation (es ist nicht möglich, gleichzeitig Impuls und den Ort eines Elektrons zu bestimmen)

Meinungen zum Wesen der Statisik

(aus "So lügt man mit Statistik", Walter Krämer, Reihe Campus, Band 1036, Campus Verlag Frankfurt/New York 1994)

"Man hat behauptet, die Welt werde durch Zahlen regiert:
das aber weiß ich, daß die Zahlen uns belehren, ob sie gut
oder schlecht regiert werde."

(Goethe, Gespräch mit Eckermann)

"Der Mangel an mathematischer Bildung
gibt sich durch nichts so auffallend zu erkennen
wie durch maßlose Schärfe im Zahlenrechnen"

(C.F.Gauß)

"Es ist mir noch heute rätselhaft, daß man herausbringt,
was sechzig Millionen Menschen denken,
wenn man zweitausend Menschen befragt.
Erklären kann ich das nicht.
es ist eben so.

(Elisabeth Noelle-Neumann, Meinungsforscherin, BRD)

"Ich glaube keiner Statistik, die ich nicht selber gefälscht habe"

(Winston Churchill)

"Dann hätte ich gern noch ein Bier!"

(Reaktion eines Alkoholikers auf die Information, daß bei 70 Prozent aller Verkehrsunfälle die Verursacher nüchtern sind)

1. Zufallsexperimente

Bsp.: "Das Werfen einer Münze"

* sicher ist,...
* zufällig ist, ...
* man könnte mehrmals werfen, ob sich eine Gesetzmäßigkeit zeigt
  = Wiederholte Durchführung eines Zufallsexperiments unter gleichen Bedingungen
* Ergebnisse: .... oder .... oder .... sind garantiert

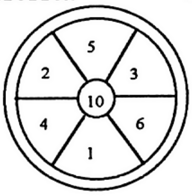
I I I
V V V

das sind Elemente der **ERGEBNISMENGE S** des Zufallsexperiment

Merke: Ein Zufallsexperiment ist dann eindeutig beschrieben, wenn eine Menge S von möglichen Ergebnissen e_1, e_2, e_3, ..., e_n so festgelegt ist, daß bei jeder Wiederholung des Experiments genau eines dieser Ergebnisse eintritt.

Bsp.: Ermitteln Sie Ergebnismengen folgender Zufallsexperimente:

"Ein Wurf mit einem Würfel" S = {.................................}
"Geburt eines Kindes" S = {.................................}
"Fahrzeug starten" S = {.................................}
"Dart-Spiel, Variante Scheibe treffen" S = {.................................}
"Dart-Spiel, Variante Zahl treffen" S = {.................................}
"Dart-Spiel, Variante Gebiet treffen" S = {.................................}



Übungen:

1) Ermitteln Sie die Ergebnismenge!
Eine Urne U1 enthält rote und weiße Kugeln, eine Urne U2 enthält blaue und weiße Kugeln
Zufallsexperiment:
"Ziehe aus U1 und U2 je eine Kugel und notiere die Farben."

S = {.................................} (siehe **HILFE**!)

Erkenntnis: Diese Zufallsexperiment ist ....
Die Ergebnisse (Elemente der Ergebnismenge) sind ....

2) Ermitteln Sie die Ergebnismenge!
Zufallsexperiment:
"Aus einer Sendung mit Weingläsern werden (nacheinander) 3 Gläser entnommen und auf Qualität geprüft." s = schadhaft, e = einwandfrei

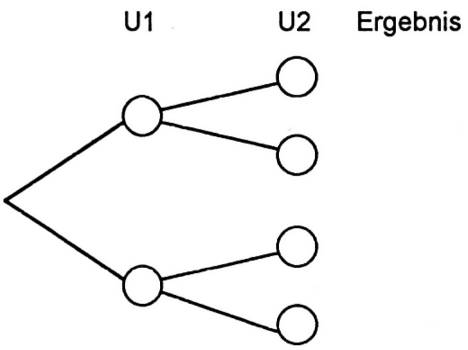
S = {.................................} (siehe **HILFE**!)

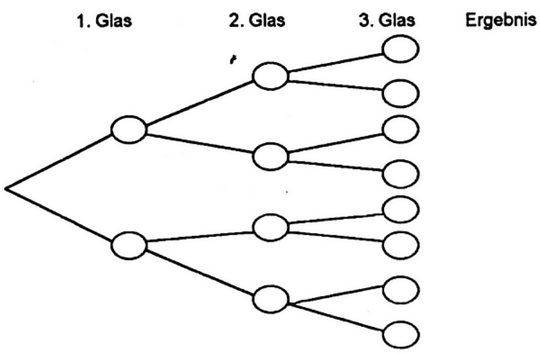
Erkenntnis: Diese Zufallsexperiment ist ....
Die Ergebnisse (Elemente der Ergebnismenge) sind ....

Merke: Bei n-stufigen Zufallsexperimenten erhalten wir .... als Ergebnisse.

HILFE!!

Treten beim Finden der Ergebnisse Probleme auf, so hilft meist ein **..........diagramm.**





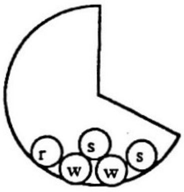
Beachte auch:
Mitunter werden ~~werden~~ Zufallsexperimente wiederholt durchgeführt, z.B. bei Gütekontrollen
Siehe Beispiel 2 im LB Klett S. 7
Es gilt sinnvolle, dem Zweck angepaßte Ergebnisintervalle festzulegen. Dazu bedient man sich meist einer URLISTE, in der einzelne Beobachtungswerte einer statistischen Erhebung nacheinander festgehalten sind.
Zwecks besserer Überschaubarkeit werden die einzelnen Beobachtungsergebnisse zu (oft gleich langen) Klassen zusammengefaßt.

2. Zufällige Ereignisse

Bsp.: Zufallsexperiment:
"Zweimaliges Ziehen ohne Zurücklegen einer Kugel aus einer Urne und Feststellen der Farbe"

Ergebnismenge S = {...}

Man erkennt bestimmte Teilmengen:



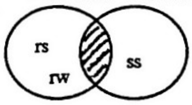
A - Rot im ersten Zug ={...............................}

B - Weiß im zweiten Zug ={...............................}

C - Schwarz im 1. u. 2. Zug ={...............................}

D - In jedem Fall 1xWeiß ={...............................}

Die Teilmengen A, B, C, D heißen **EREIGNISSE.**
Das Ereignis A ist eingetreten, wenn ein Ergebnis aus A beim Experiment aufgetreten ist
Es gibt einelemtige Ereignisse, z.B.:.... --> **ELEMENTARERE IGNIS**
Das Ereignis S tritt immer ein --> **SICHERES EREIGNIS**
Das Ereignis F = $\varnothing$ tritt niemals ein.
Es ist aber eine Teilmenge von S. --> **UNMÖGLICHES EREIGNIS**
Das Ereignis E = {ww,ss,sr,rs} enthält
alle Ergebnisse, die D nicht enthält. --> E ist **GEGENEREIGNIS** von D, **kurz:** $E = \overline{D}$
Die Ereignisse A und C besitzen voneinander
verschiedene Ergebnisse --> A und C heißen **UNVEREINBAR, kurz:** $A \cap C = \varnothing$



DEFINITION: Ein Zufallsexperiment habe die Ergebnismenge $S = \{e_1, e_2, e_3, \ldots, e_n\}$.
Jede Teilmenge $A = \{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n\}$ von S heißt **Ereignis** des Zufallsexperiments.
Es tritt ein, wenn das Experiment mit einem Ergebnis aus A endet.

Bsp.: Ergebnis rw --> Ereignis .... ist eingetreten
Ergebnis ss --> Ereignis .... ist eingetreten

Weitere Übungen:

1) Geburt eines Kindes: S = {Junge, Mädchen}
Welche Ereignisse sind denkbar?
A - .... = {.............}
B - .... = {.............}
C - .... = {.............}
D - .... =

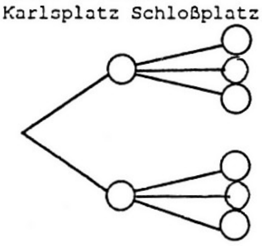
2) LB Klett S.13/3
a)
A - .... = {.............}
B - .... = {.............}
C - .... = {.............}
D - .... = {.............}
E - .... = {.............}

b) ....

c) $\overline{A}$ - ...., $\overline{B}$ - ...., $\overline{C}$ - ....

$\overline{D}$ - ...., $\overline{E}$ - ....

3) LB Klett S. 14/11
a) Karlsplatz Schloßplatz Ergebnisse (Baumdiagramm möglich)



S = {...}

b) Ereignis A - Herr Müller fährt mit Linie 1 = {...}

Ereignis B- Herr Müller fährt nicht mit Linie 5 = {...}

c) Ereignis A1 - Herr Müller fährt mit Linie2 und 3 = {23} (Elementarereignis!)
A2 -

Hier findet Ihr das Aufgabematerial und den Lesestoff aus dem Klett-Lehrbuch:

Zur Seite 2: Geschichtliches:

Geschichtliches

Die historische Entwicklung spiegelt die drei Aspekte wieder, die man unter Stochastik im weiten Sinne verstehen kann:
- Datensammlung und Datenaufbereitung
- Wahrscheinlichkeitsrechnung
- Beurteilende Statistik.

Ab 2600 v. Chr. sind Volkszählungen aus Ägypten bekannt; erfaßt wurde Personenzahl (Arbeitskräfte), Vorräte und Anzahl der Felder. Seit 550 v. Chr. führten die Römer immer wieder Bevölkerungserhebungen durch. Bei Karl d. Gr. stößt man wieder auf statistische Erhebungen. Organisierte Gemeinwesen erkannten offenbar früh den Wert erhobener Daten, z. B. für die Planung. So nimmt es nicht Wunder, daß Ende des 18. Jahrhunderts die meisten Länder der Erde staatliche statistische Ämter besaßen. (Das Statistische Bundesamt der Bundesrepublik Deutschland sitzt in Wiesbaden; daneben hat jedes Bundesland sein Statistisches Landesamt.) Parallel zu dieser Entwicklung bildete sich an den Hochschulen die „Staatenkunde" aus, die die Länder anhand des statistischen Materiales verglich. Sie wurde abgelöst von der „Politischen Arithmetik", welche nicht nur aufgrund der erhobenen Daten zu vergleichen und beschreiben suchte, sondern darüber hinaus Zusammenhänge und Vorhersagen arithmetisch (rechnerisch) zu gewinnen suchte.

Mathematische Betrachtungen über die Gewinnchancen beim Glücksspiel, wo man z. B. beim Würfeln oder bei einer Lotterie Gleichverteilung annehmen darf, führten zur Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsrechnung:
1654 legte De Méré seinem Freund B. Pascal zwei Probleme vor, über deren Lösung Pascal mit Fermat (1601 – 1665) einen regen Briefwechsel führte, in dem sie sich gegenseitig unterschiedliche Lösungen mitteilten. Dabei ging es einmal um die Frage (vgl. S. 38), was wahrscheinlicher sei, mit vier Würfen eines Würfels mindestens einmal eine Sechs oder mit 24 Würfen mit 2 Würfeln mindestens eine Doppelsechs zu erhalten, zum andern um das „problème des partis": Wie verteilt man den Einsatz gerecht, wenn ein Glücksspiel vorzeitig abgebrochen werden muß? Dieses „Teilungsproblem" ist schon seit Ende des 14. Jahrhunderts bekannt und wurde immer wieder falsch gelöst. Im Jahre 1655 erfuhr C. Huyghens in Paris von den beiden Wahrscheinlichkeitsproblemen, und da Pascal und Fermat ihre Lösungen geheim hielten, entwickelte er eigene Methoden zur Lösung. Huyghens schrieb das erste Buch über Wahrscheinlichkeitsrechnung mit dem Titel „Von Reeckening in speelen von geluck", welches kurze Zeit später in lateinischer Sprache erschien: „De ratiociniis in ludo aleae" (1657). Es enthielt eine Sammlung gelöster und ungelöster Aufgaben, wobei Huyghens die Methode des arithmetischen Mittels zur Berechnung des zu erwartenden Gewinns entwickelte.

Eine lehrbuchartige Darstellung fand die Wahrscheinlichkeitsrechnung in dem 1713 erschienenen Buch „De arte conjectandi" (etwa: Über die Kunst des Vermutens) von J. Bernoulli. In diesem Buch entwickelt Bernoulli zunächst die Kombinatorik und wendet diese dann auf Glücksspiele, aber auch auf wirtschaftliche Probleme an. Es

enthält weiter das „Gesetz der großen Zahlen", mit dem eine Verbindung zur Statistik hergestellt werden kann. Der Name „Statistik" wurde von dem „Staatswissenschaftler" Achenwall 1748 geprägt. Einen gewissen Abschluß erreichte die Wahrscheinlichkeitsrechnung in dem 1812 erschienenen Werk von P. S. De Laplace: „Théorie analytique des probabilités"; die Wahrscheinlichkeit wird dabei definiert als der Quotient aus der Anzahl der im Sinne der Fragestellung günstigen zur Anzahl der möglichen Ausgänge. Noch heute sprechen wir in einem solchen Fall von einer Laplace-Verteilung. Diese Definition erwies sich in Anwendungen immer wieder als schwierig. Der Versuch, Wahrscheinlichkeit als Grenzwert relativer Häufigkeiten bei immer größer werdender Anzahl n der Durchführungen festzulegen (von Mises), scheiterte. 1933 veröffentlichte Kolmogoroff die „Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung", in der die Wahrscheinlichkeit P eines Ereignisses axiomatisch festgelegt wird; d. h., es wird darauf verzichtet zu sagen, wie man eine solche Wahrscheinlichkeit erhält, es wird nur gesagt, wann eine reelle Zahl Wahrscheinlichkeit heißen darf, und wie man mit diesen Zahlen dann rechnen kann.

Am Beginn der Beurteilenden Statistik steht die Entdeckung und das Studium der Verteilungen. Quetelet stieß auf die Normalverteilung bei seinen Messungen der Brustumfänge schottischer Soldaten; A. De Moivre stieß auf die Normalverteilung bei seinen Grenzwertsätzen und C. F. Gauß widmete sich ihr anläßlich der Untersuchung von Meßfehlern. Die Verwendung von Stichproben zum Schätzen und Testen wurde von Biologen angefangen: F. Galton beschäftigte sich mit Vererbungsgesetzen, die er in seiner 1889 erschienenen „Natural Inheritance" beschrieb. Sie zeigen einen Zusammenhang zwischen den Abweichungen vom Mittel der Eltern zu ihren Nachkommen. Zur Auswertung seines großen statistischen Materials schuf er im Zusammenhang mit der Binomialverteilung sein bekanntes Galton-Brett. Daneben sind Pearson und S. Fisher zu nennen. Zu erwähnen ist S. D. Poisson, der 1837 das Gesetz der großen Zahlen formulierte und auf die Poissonverteilung stieß, und Tschebyscheff, der sich um Abschätzungen bemühte, wenn die Verteilung nicht bekannt ist.

Vieles aus der Stochastik ist heute Alltägliches geworden: Umfragen, Erhebungen, Hochrechnungen, Vergleiche mit statistisch gesicherten Mittelwerten, normierte Einstellungstests, statistisch gesicherte Erkenntnisse der Medizin u. v. a. mehr. Daß unser Alltag immer mehr von Statistischem durchsetzt wird, liegt nicht nur am Einsatz von Computern, wenngleich sie sicher zur Entwicklung statistischer Verfahren beigetragen haben.

Wie in vielen mathematischen Disziplinen kann man auch hier beobachten, daß sich Teilbereiche, orientiert an einer speziellen Fragestellung, verselbständigen. So gibt es inzwischen eine Bedienungstheorie, in der u. a. die Länge einer Warteschlange untersucht wird, die Entscheidungstheorie, in der es um die Güte von Tests geht, die Ergodentheorie, die sich mit Strömungen und Durchmischungen beschäftigt, die Informationstheorie für die Analyse kybernetischer Systeme, die Spieltheorie, die Zuverlässigkeitstheorie usw.

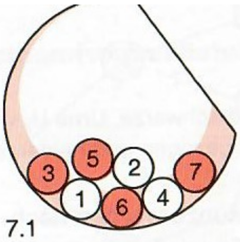
Zur Seite 3: Klett S. 7 / Beispiel 2:

Beispiel 2: (Wiederholbarkeit unter gleichen Bedingungen)
Qualitätskontrollen können als Zufallsexperimente aufgefaßt werden. Um die Brenndauer einer Glühbirne zu ermitteln, läßt man sie brennen, bis sie erlischt. Für die Wiederholung des Zufallsexperimentes wählt man eine weitere Birne aus derselben Produktionsserie aus. Mit derselben Birne kann man das Experiment nicht mehr wiederholen, sondern nur mit einer, die unter gleichen Bedingungen produziert wurde. Eine mögliche Ergebnismenge ist bei Rundung auf ganze Stunden z.B.
S = {unter 1400; von 1400 bis unter 1500; von 1500 bis unter 1600; 1600 und mehr}.

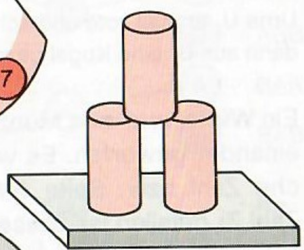
Und die Hausaufgaben zum Punkt 1: Zufallsexperimente:

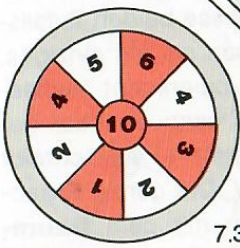
Klett S. 7 / Aufgaben 4, 6, 7

3 Die Urne in Fig. 7.1 enthält verschiedenfarbige Kugeln mit Ziffern. Gib die Ergebnismenge an für
a) Ziehen einer Kugel und Feststellen ihrer Ziffer (ihrer Farbe)
b) Ziehen von 2 Kugeln mit einem Griff und Feststellen der Summe ihrer Ziffern
c) Ziehen von 2 Kugeln mit einem Griff und Feststellen des Produktes ihrer Ziffern.



7.1


7.2



7.3

Aufgaben

4 An einer Wurfbude sollen mit einem Wurf möglichst viele Dosen vom Brett heruntergeworfen werden (Fig. 7.2). Gib die Ergebnismenge an, wenn ein Wurf als ein Zufallsexperiment aufgefaßt wird.

5 Man wirft einen Pfeil auf die Scheibe von Fig. 7.3. Der Pfeil kann in den Feldern und auf dem äußeren Rand stecken bleiben. Gib drei mögliche Ergebnismengen an.

6 Es gibt Fragebögen, bei denen man unter den vorgegebenen Antworten die zutreffende ankreuzen muß. Entwirf einen solchen Fragebogen für die Umfrage nach
a) dem Familienstand
b) dem Besitz des Führerscheins der Klasse III
c) den Fremdsprachen, die man in der Schule gelernt hat.

7 In einem Land gibt es 4 politische Parteien A, B, C und D. Welche der folgenden Mengen sind mögliche Ergebnismengen zu der Umfrage: Welche Partei würden Sie wählen, wenn morgen Wahltag wäre?
a) {A;B;C;D;keine} b) {A;B oder C;keine} c) {A oder B}
d) {A;sonstige;keine} e) {A;D;weder A noch D} f) {A oder C;weder A noch B; keine}

Klett S. 8 / Aufgaben 9, 10, 11, 12

9 Gib eine mögliche Ergebnismenge an, wenn man sich bei der Geburt eines Kindes
a) für das Geschlecht
b) für das Geburtsgewicht (in g)
c) für die Geburtsgröße (in cm)
d) für die Anzahl früherer Geburten der Mutter
e) für das Alter (in Jahren) der Mutter bei der Geburt ihres ersten Kindes
interessiert.

10 Eine Firma stellt Garne her und interessiert sich für die Reißfestigkeit. Gib, bei Rundung auf ganze Newton, eine mögliche Ergebnismenge an, wenn die Reißfestigkeit einer Garnsorte bei ungefähr 250 Newton liegt.

11 Einer Produktion von Benzinkanistern (Fassungsvermögen 5 l) wird zur Kontrolle ein Kanister entnommen. Überlege zwei sinnvolle Fragestellungen und gib jeweils eine Ergebnismenge an.

12 Die Polizei führt Beleuchtungskontrollen an Personenkraftwagen durch. Gib mehrere mögliche Ergebnismengen an, die zum Sachverhalt passen.

Zur Seite 4:

Klett S. 13 / 3

3 Eine Urne enthält 10 Kugeln mit den Zahlen 0 bis 9. Eine Kugel wird gezogen.
a) Gib die folgenden Ereignisse in aufzählender Schreibweise an.
A: Primzahl; B: Teilbar durch 5; C: Ungerade Zahl; D: Zahl größer als 8; E: Zahl ist Quadratzahl
b) Welche Ereignisse A, B, C, D, E aus a) sind unvereinbar?
c) Beschreibe die Gegenereignisse aus a) und gib sie in aufzählender Schreibweise an.

Klett S. 14 / 11

11 Herr Müller muß bei seiner Fahrt mit der Straßenbahn nach Hause am Karlsplatz in Linie 1 oder 2, am Schloßplatz in Linie 3, 4 oder 5 einsteigen. Er benützt jeweils diejenige der in Frage kommenden Linien, die als erste eintrifft.
a) Inwiefern stellt jede Nachhausefahrt ein Zufallsexperiment dar? Gib die Ergebnismenge an.
b) Gib das Ereignis an: „Herr Müller fährt mit der Linie 1 (fährt nicht mit der Linie 5)".
c) Welche Ereignisse sind eingetreten, wenn Herr Müller zunächst mit der Linie 2 fährt und dann in die Linie 3 umsteigt?

Und die Hausaufgaben zum Punkt 2: Sichere Ereignisse:

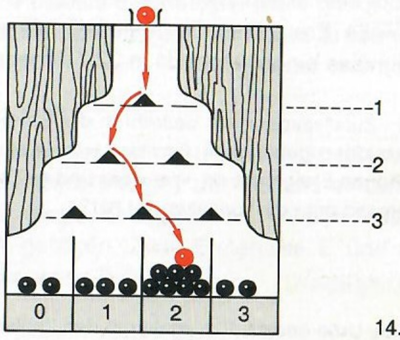
Klett S. 14 / 5, 6, 10, 12

5 Ein Tetraeder mit den Ziffern 1, 2, 3, 4 wird einmal geworfen.
a) Gib den Ereignisraum an.
b) Welche Ereignisse sind eingetreten, wenn die 1 gefallen ist?

6 Ein Ereignisraum enthält 5 Elementarereignisse. Wie viele Ereignisse dieses Ereignisraumes sind keine Elementarereignisse?

10 Die drei Triebwerke eines Flugzeuges werden getestet.
a) Definiere eine Ergebnismenge als Menge von Tripeln.
b) Gib das Ereignis „Mindestens (höchstens; genau) eines der Triebwerke ist schadhaft" in aufzählender Schreibweise an.

12 In Fig. 14.1 fällt eine Kugel durch ein dreireihiges GALTON[1]-Brett. In jeder Reihe wird sie zufällig nach links oder rechts abgelenkt.
a) Ermittle eine Ergebnismenge, wenn die möglichen Wege durch die Reihen interessieren.
b) Gib das Ereignis „Mindestens (höchstens; genau) einmal fällt die Kugel nach rechts" in aufzählender Schreibweise an.
c) Beschreibe das Ereignis „Die Kugel fällt in Kasten Nr.3" in Worten mit Hilfe der möglichen Wege.



14.1