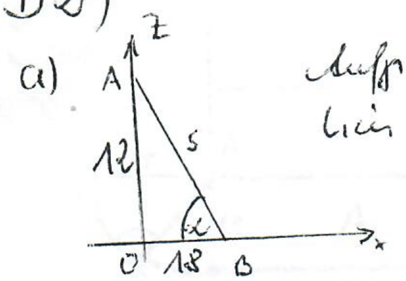
D2) (10)

a)




Aufgrund Symmetrie ist α auch hier zu finden, wegen A(0,0,12) und B(18|0|0)

folgl. $\tan\alpha = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \Rightarrow \alpha \approx 33{,}7°$

$V_H = V_{Prisma} + V_{Kegel} = A_G \cdot h_{Pr.} + \frac{1}{3} A_{Kreis} \cdot h_{Kegel}$

$V_H = \frac{1}{2} g \cdot h_g \cdot h_{Pr.} + \frac{1}{3} \pi r_{Kreis}^2 \cdot h_{Kegel}$

$V_H = \underbrace{\frac{1}{2}\, 36 \cdot 12 \cdot 40}_{8640} + \underbrace{\frac{1}{3} \pi \cdot 18^2 \cdot 12}_{\approx 4072} \approx 12711\ m^3$

$A_O = A_{M_{Kegel}} + 2 \cdot \text{Rechteck}(ABCD)$

$A_O = \pi \cdot r \cdot s + 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC}$ NR: $s = \sqrt{12^2+18^2} \approx 21{,}63$, $s = \overline{AB}$

$A_O = \underbrace{\pi \cdot 18 \cdot 21{,}63}_{\approx 1223} + \underbrace{2 \cdot 21{,}63 \cdot 40}_{\approx 1730}$

$A_O \approx 2953{,}7\ m^2$

(6)

b) $E_t: 2y + 3z = 116 - 2t$ $0 \le t \le 40$, $C(18|40|0)$

$C \in E_t \Rightarrow 2 \cdot 40 + 3 \cdot 0 = 116 - 2t$

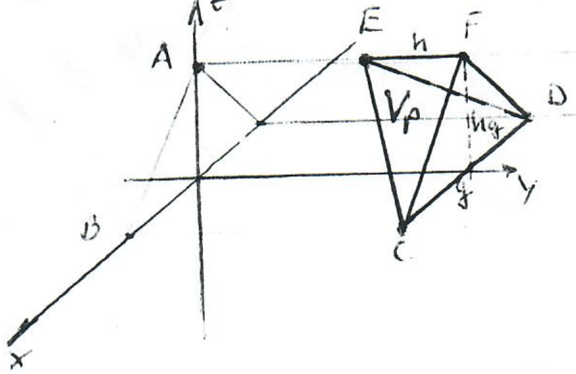
$80 = 116 - 2t$

$2t = 36$

$t = 18$

$\Rightarrow E_{18}: 2y + 3z = 80$

Volumen des abgebaggerten Materials: $V_{AM}$




$V_{AM} = V_P + V_{Halbkegel}$

$V_P$: $E_{18} \times AE$ in E; $AE: \vec{x} = \begin{pmatrix}0\\0\\12\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$

$2 \cdot t + 3(12) = 80$

$2t = 44 \Rightarrow E(0|22|12)$

$t = 22$ $F(0|40|12)$

$V_P = \frac{1}{3} A_G \cdot h = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} g \cdot h_g\right) h$

$V_P = \frac{1}{6} \cdot 36 \cdot 12 \cdot 18 = 1296\ m^3$

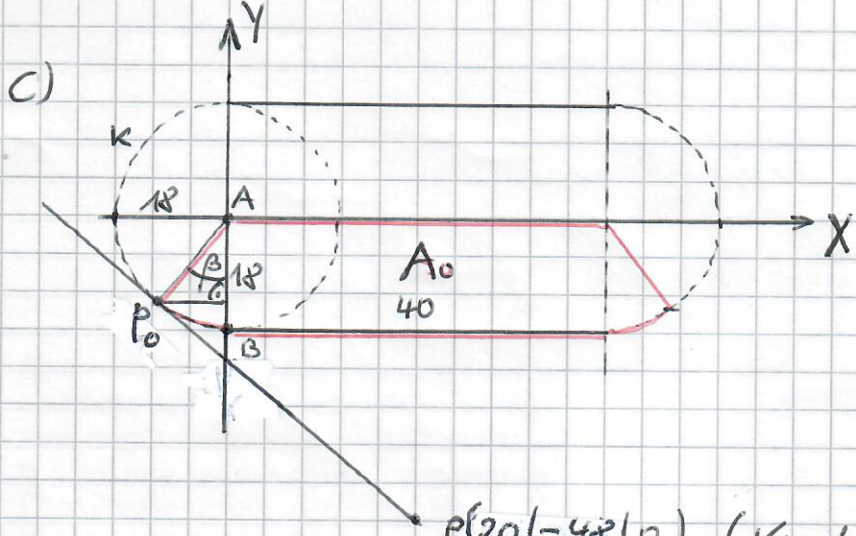
(6)

$V_{AM} = V_P + V_{Halbkegel}$

$V_{AM} = 1296 m^3 + \frac{1}{3} \pi \cdot 18^2 \cdot 12 \cdot \frac{1}{2}\ m^3$

$V_{AM} \approx 3331{,}75\ m^3$

c)




$A_0$: einsehbare Oberfläche der Halde

Von P aus liegen „Sichttangenten" am Kreis K

Gleichung des Halbkreises:

$$y=-\sqrt{18^2-x^2}=f(x)$$

$P(20|-48|0)$ (Koordinaten „drehen")

Berechnung des Berührpunktes $P_0$ zwischen Tangente und Kreis:

$y = mx+n$ (Tangente allg.) ; $P_0(x_0; f(x_0))$

$$m=f'(x_0)=-\frac{-2x_0}{2\sqrt{18^2-x_0^2}}=\frac{x_0}{\sqrt{18^2-x_0}}$$

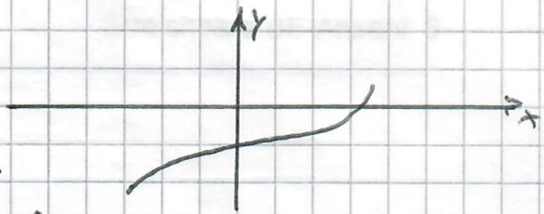
$\Rightarrow$ t: $y=\frac{x_0}{\sqrt{18^2-x_0^2}}x+n$

$P_0 \rightarrow -\sqrt{18^2-x_0^2}=\frac{x_0}{\sqrt{18^2-x_0^2}}x_0+n$ , nach n umstellen und in t einsetzen

$\Rightarrow$ t: $y=\frac{x_0}{\sqrt{18^2-x_0^2}}x-\sqrt{18^2-x_0^2}-\frac{x_0^2}{\sqrt{18^2-x_0^2}}$ $\Rightarrow x_0$ ber.

$P \rightarrow -48=\frac{x_0}{\sqrt{18^2-x_0^2}}\cdot 20-\sqrt{18^2-x_0^2}-\frac{x_0^2}{\sqrt{18^2-x_0^2}}$ $\Rightarrow$ GTR X-CAL!

$P_0 \begin{cases} x_0 \approx -13{,}19 \\ \Rightarrow y_0 \approx -\sqrt{18^2-(-13{,}19)^2} \approx -12{,}25 \end{cases}$




$\Rightarrow \beta = \arctan\frac{-13{,}19}{-12{,}25} \approx 47{,}12°$

$\Rightarrow$ Wegen $\begin{matrix} x\% = 47{,}12° \\ 100\% = 360° \end{matrix}$ folgt $x = 13{,}09\%$ der Mantelfläche des Kreiskegels sind sichtbar

$\Rightarrow A_{M_{Kegel}} = \pi r s = \pi \cdot 18 \cdot \underbrace{21{,}63}_{(a)}\,m^2 = 1223{,}15\,m^2$

Davon 13,09% sind $160{,}1\,m^2$

$\Rightarrow A_0 = 2\cdot 160{,}1\,m^2 + 40\,m \cdot \underbrace{21{,}63}_{(a)}\,m \approx 1185{,}42\,m^2$