Permutation, Kombination, Variation

Beispiel: An einem Straßenrand sollen 5 Bäume angepflanzt werden.

Fakultät: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots (n-2) \cdot (n-1) \cdot n$

Permutation P (lat. permutare „vertauschen“): Alle möglichen Anordnungen einer n-elementigen Menge.

Alle Elemente sind verschieden	Es gibt unter den n Elementen r,s,…,t gleiche
$P_n = n!$	$\overline{P_n} = \frac{n!}{r! \cdot s! \cdot \ldots t!}$
Es handelt sich um Ahorn, Birke, Eiche, Pappel, Zeder. $P_5 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$ Es sind 120 Anordnungen möglich. In lexikographischer Aufzählung : ABEPZ, ABEZP, ABPEZ, ABPZE,…	*Es handelt sich um Ahorn, Ahorn, Eiche, Eiche, Eiche.* $\overline{P_5} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 10$ Es sind 10 Anordnungen möglich. In lexikographischer Aufzählung : AAEEE, AEAEE, AEEAE,…

Variation V (lat. variare „verändern“): Alle möglichen Anordnungen von k Elementen einer n-elementigen Menge (k<=n) **mit** Beachtung der Reihenfolge.

Alle k Elemente sind verschieden.	Es gibt unter den k Elementen 0,1,2,..,k gleiche.
$V_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$	$\overline{V_n^k} = n^k$
Es handelt sich um Ahorn, Birke, Eiche, Pappel, Zeder. Es sind alle Anordnungen von 3 dieser fünf Bäume zu ermitteln. $V_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 60$ Es sind 60 Anordnungen möglich. In lexikographischer Aufzählung : **ABE**, ABP, ABZ, **AEB**, **AEP**, AEZ, **APE**,…	*Es handelt sich um Ahorn, Birke, Eiche, Pappel, Zeder. Es sind alle Anordnungen von 3 dieser fünf Bäume zu ermitteln, dabei können Wiederholungen auftreten.* $\overline{V_5^3} = 5^3 = 125$ Es sind 125 Anordnungen möglich. In lexikographischer Aufzählung : AAA, **AAB**, AAE, AAP, AAZ, ABB,…,**BAA**,…

Kombination C (spätlateinisch combinatio, „zusammensetzen“): Alle möglichen Anordnungen von k Elementen einer n-elementigen Menge (k<=n) **ohne** Beachtung der Reihenfolge.

Alle k Elemente sind verschieden.	Es gibt unter den k Elementen 0,1,2,..,k gleiche.
$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = \binom{n}{k}$	$\overline{C_n^k} = \binom{n+k-1}{k}$
Es handelt sich um Ahorn, Birke, Eiche, Pappel, Zeder. Es sind alle Anordnungen von 3 dieser fünf Bäume zu ermitteln. $C_5^3 = \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2} = 10$ Es sind 10 Anordnungen möglich. In lexikographischer Aufzählung : ABE, ABP, ABZ, AEP, AEZ, APZ, BEP, BEZ,… aber **nicht** AEB oder APE,…	*Es handelt sich um Ahorn, Birke, Eiche, Pappel, Zeder. Es sind alle Anordnungen von 3 dieser fünf Bäume zu ermitteln, dabei können Wiederholungen auftreten.* $\overline{C_5^3} = \binom{5+3-1}{3} = \binom{7}{3} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 35$ Es sind 35 Anordnungen möglich. In lexikographischer Aufzählung : AAA, AAB, AAE, AAP, AAZ, ABB, ABE,… aber **nicht** BAA oder EAA, …

Neues LB Klett, S. 163 / 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9