

Übung 5. 248/2)

①

a) X - aufstehende Zahl

x_i	2	4	6	8
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$

bzw.: 0,4 0,3 0,2 0,1

$$\mu = E(X) = 2 \cdot 0,4 + 4 \cdot 0,3 + 6 \cdot 0,2 + 8 \cdot 0,1 = \underline{\underline{4}}$$

$$\sigma^2 = V(X) = (2-4)^2 \cdot 0,4 + (4-4)^2 \cdot 0,3 + (6-4)^2 \cdot 0,2 + (8-4)^2 \cdot 0,1$$

$$= \underline{\underline{4}}$$

$$3 \text{ mal Dieren} \hat{=} 3 \cdot E(X) = \underline{\underline{12}}$$

b) X - Anzahl der 6, $p = \frac{1}{5}$ ges.: n

$$P(X \geq 1) \geq 0,99$$

Lös:

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$$

$$0,99 = 1 - B_{n, \frac{1}{5}}(0)$$

$$0,99 = 1 - \binom{n}{0} \cdot p^0 \cdot (1-p)^n$$

$$0,99 = 1 - 1 \cdot 1 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n$$

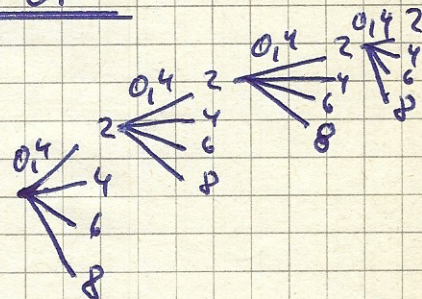
$$\left(\frac{4}{5}\right)^n = 0,01$$

$$\wedge \underline{\underline{n \approx 21}}$$

c) A - vier gleiche Zahlen

$$P(A) = 0,4^4 + 0,3^4 + 0,2^4 + 0,1^4$$

$$= \underline{\underline{0,0354}}$$



B - vier verschiedene Zahlen

$$P(B) = P(\{2468\}) \text{ mit allen Anordnungen}$$

$$= 0,4 \cdot 0,3 \cdot 0,2 \cdot 0,1 \cdot 4!$$

$$= \underline{\underline{0,0576}}$$

d) geg.: X - Anzahl der Zweien (C)

(2)

$$n = 100; p = 0,4$$

ges.: $P(X > 50)$; $npq = 100 \cdot 0,4 \cdot 0,6 = 24 > 9$

Lös.: CP:

De Moivre-Laplace möglich

E: unterer: 51

oder Binom. Verteilung fkt.

oberer: 100

n : 100

p : 0,4

V: Binom. Verteil. fkt.

A: $P(X > 50) \approx \underline{\underline{0,0168}}$

geg.: X - Anzahl der Ferkel (D)

$$n = 100; p = 0,1; npq = 100 \cdot 0,1 \cdot 0,9 = 9!$$

ges.: $P(X < 10)$

de Moivre-Laplace

Lös.: CP:

ungenau! $\downarrow$

E: unterer: 0

$$P(X < 10) \approx 0,37!! \text{ ug!}$$

oberer: 9

n : 100

p : 0,1

V: Binom. Vert. fkt.

A: $P(X < 10) \approx \underline{\underline{0,4513}}$

e) auf "Weiß" setzen

(3)

↗ Gewinnplan: X - weiß gewinnt, 20 Felder

x_i	-5	2	4	6	8
$P(X=x_i)$	0,5	$\frac{2}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{20}$

10 weiße
2 - 2x dabei
4 - 4x dabei
6 - 3x dabei
8 - 1x dabei

$$E(X) = -5 \cdot 0,5 + 2 \cdot \frac{2}{20} + 4 \cdot \frac{4}{20} + 6 \cdot \frac{3}{20} + 8 \cdot \frac{1}{20}$$

$$= -0,2 \quad \rightarrow \text{auf lange Sicht } 0,2 \text{ Pf. Verlust}$$

auf "Rot" setzen

↗ Gewinnplan: X - rot gewinnt, 20 Felder

x_i	-5	2	4	6	8
$P(X=x_i)$	0,5	$\frac{6}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$

10 rote
2 - 6x dabei
4 - 2x dabei
6 - 1x dabei
8 - 1x dabei

$$E(X) = -5 \cdot 0,5 + 2 \cdot \frac{6}{20} + 4 \cdot \frac{2}{20} + 6 \cdot \frac{1}{20} + 8 \cdot \frac{1}{20}$$

$$= -0,8 \quad \rightarrow \text{weiß ist besser}$$

4) geg.: Z - Anzahl der Sechsen; $n=200$; $p=\frac{1}{5}$

ges.: μ , $P(\mu - K \leq Z \leq \mu + K) \geq 0,9$, K ?

$$\text{Lös.: } \mu = n \cdot p = 200 \cdot \frac{1}{5} = 40$$

$$P(40 - K \leq Z \leq 40 + K) = \int_{\frac{(40-K)-40}{\sigma}}^{\frac{(40+K)-40}{\sigma}} \phi(x) dx \geq 0,9$$

$$= \Phi\left(\frac{K}{\sigma}\right) - \Phi\left(-\frac{K}{\sigma}\right) \geq 0,9$$

$$\Phi\left(\frac{K}{\sigma}\right) - (1 - \Phi\left(\frac{K}{\sigma}\right)) \geq 0,9$$

$$2 \Phi\left(\frac{K}{\sigma}\right) \geq 1,9 \quad | : 2$$

$$\Phi\left(\frac{K}{\sigma}\right) \geq 0,95 \quad \downarrow \text{Tab.}$$

$$\sigma = \sqrt{32} \rightarrow$$

$$\frac{K}{\sqrt{32}} \geq 1,65 \rightarrow \underline{K=10}$$