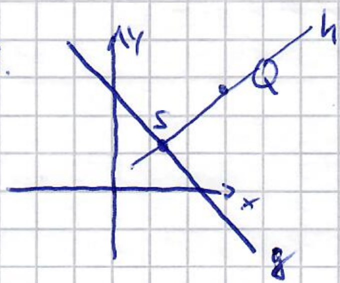
Lösungen

1. Bg Skalarprod. / Vektorprodukt (↑ Seite 2) 4

2. $\vec{BD} \circ \vec{AC} \neq 0 \;\wedge\; \vec{AB} \circ \vec{AD} = 0$
   $\wedge\; \vec{BA} \circ \vec{BC} = 0$
   $\wedge\; \vec{CB} \circ \vec{CD} = 0$ 2

3. 

geg.: $y = -4x + 3$ g

$Q(5|3)$

ges.: $|\vec{QS}|$

Lös: 1. h finden: $y = \frac{1}{4}x + n$

$Q \rightarrow \quad 3 = \frac{5}{4} + n \;\wedge\; n = \frac{7}{4} \;\wedge\; \underline{\underline{y = \frac{1}{4}x + \frac{7}{4}}}$

2) h × g in S: $-4x + 3 = \frac{1}{4}x + \frac{7}{4}$ 5

$-\frac{17}{4}x = -\frac{5}{4} \quad x = \frac{5}{17}\,; \; y = -\frac{20}{17} + \frac{51}{17}$

$y = \frac{31}{17}$

$\wedge\; S\left(\frac{5}{17} \middle| \frac{31}{17}\right)$

3) $|\vec{QS}| = \sqrt{\left(\frac{5}{17} - 5\right)^2 + \left(\frac{31}{17} - 3\right)^2} \approx \underline{\underline{4{,}86\ LE}}$

4. geg.: $g: \vec{x} = \begin{pmatrix}3\\5\\0\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}\,; \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$

ges.: a) Schnittpunkt: LGS; $S(0|2|3)$ $(s = 2;\, t = -3)$

Schnittwinkel:

$\cos\sphericalangle(g,h) = \frac{\left|\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}\right|}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{3} \approx 0{,}3333$

$\sphericalangle(g,h) \approx \underline{\underline{70{,}53^\circ}}$ 4

b) $\sphericalangle(g, xy\text{-}E)$

$\sin\sphericalangle(g, xyE) = \frac{\left|\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right|}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{1}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0{,}5773$

$\sphericalangle(g, xE) \approx \underline{\underline{35{,}3^\circ}}$ 2

2

ges.: c) Ebene der beiden Geraden

$$\vec{n} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & 1 & -1 \\ \vec{j} & 1 & 1 \\ \vec{k} & -1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$\curvearrowright E: \quad 2x + 2z = d$

$P_0(3|5|0) \rightarrow \quad 2 \cdot 3 = d \curvearrowright d = 6 \curvearrowright \quad \cancel{2x + 2z = 6}$

$1x + z = 3$

(3)

$$\curvearrowright E: \left(\vec{x} - \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}\right) \circ \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$$

ges.: d) $A = \frac{1}{2} |\vec{n}| = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4+4} = \frac{1}{2}\sqrt{8}$ FE (1)

ges.: e) $s = 1$ auf h: $\curvearrowright P_1(1|1|2)$ (1)

ges.: f) $P_t(3+t|5+t|-t)$

$$d_{Min} = f(t) = |\overrightarrow{P_1 P_t}| = \sqrt{(3+t-1)^2 + (5+t-1)^2 + (-t-2)^2}$$

CP → Min suchen:

$$f(t) = \sqrt{(2+t)^2 + (4+t)^2 + (-t-2)^2}$$ (2)

$t_{Min} = -2,\overline{6} \curvearrowright d_{min} \approx 1,63$ LE

Ges 24 BE

Ergänzung zu 1:

Skalarprodukt – Begründung für Kommutativität:

$$\vec{a} \circ \vec{b} = \vec{b} \circ \vec{a}$$

$$|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\sphericalangle(\vec{a},\vec{b}) = |\vec{b}| \cdot |\vec{a}| \cdot \cos\sphericalangle(\vec{b},\vec{a})$$

identisch, da reelle Multiplikation auch kommutativ ist

Winkel ist gleich, da der Winkel nicht orientiert ist.

zum Vektorprod.: $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$, da $\vec{n}$ der Rechte-Hand-Regel unterliegt