

Lösungen B1 - 2015/16 - LK

(4)

1.1. geg. $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{6}{x^2+3}$; $-5 \leq x \leq 5$, $1 \approx 100 \text{ m}$

Fahrbahnfunktion enthält Punkt

A(-3|-1); B(3|2); C(-1|1); D(1|2)

ges.: zeigen, dass C und D Wendepunkte sind

Lös.:

mit CP

da Ableitung

bilden

Definiere $f(x)$

nutzen

$$f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{6 \cdot 2x}{(x^2+3)^2} = \frac{1}{2} - \frac{12x}{(x^2+3)^2} = \frac{x^4 + 6x^2 - 24x + 9}{2(x^2+3)^2}$$

$$f''(x) = - \frac{12(x^2+3)^2 - 12x \cdot 2(x^2+3) \cdot 2x}{(x^2+3)^4}$$

$$f''(x) = - \frac{12(x^2+3) - 48x^2}{(x^2+3)^3} = \frac{36x^2 - 36}{(x^2+3)^3}$$

u.B.: $0 = 36x^2 - 36 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x_{W1,2} = \pm 1 \checkmark$

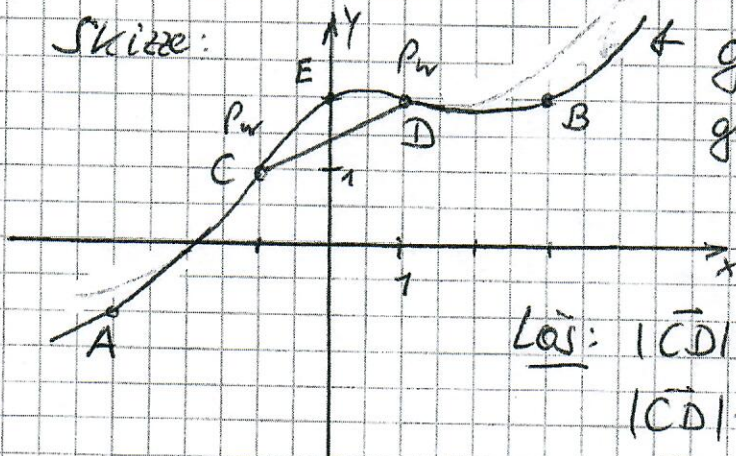
$$f'''(x) = \frac{72x(x^2+3)^3 - (36x^2-36) \cdot 3(x^2+3)^2 \cdot 2x}{(x^2+3)^6} \quad (7)$$

$$f'''(x) = \frac{72x^3 + 216x - 216x^3 + 216x}{(x^2+3)^4} = \frac{-144x^3 + 432x}{(x^2+3)^4}$$

h.B.: $f'''(1) = \frac{-144 + 432}{4^4} = \frac{288}{4^4} > 0 \Rightarrow \text{Rel. Ku} \Rightarrow P_W(1|2) \text{ D}$

$f'''(-1) = \frac{144 - 432}{4^4} = -\frac{288}{4^4} < 0 \Rightarrow \text{Li. Rel. Ku} \Rightarrow P_W(-1|1) \text{ C}$

Skizze:



geg.: C, D

ges.: $|\overline{CD}| \approx 229 \text{ m}$

Lös.: $|\overline{CD}| = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2} \checkmark$
 $|\overline{CD}| = \sqrt{2^2 + 1^2} \checkmark$

1.2. geg.: $t = 17\text{ s}$

ges.: s (Bogenlänge $\widehat{AB}$)
 $\bar{v} \hat{=} \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Lös.: CP: E: $f(x)$; $x_A = -3$; $x_B = 3$

oder: $s = \int_{-3}^3 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$

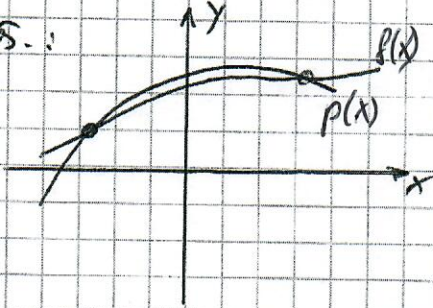
V: $s = \text{arclen}(f(x), x, x_A, x_B) \checkmark$

A: $s \approx 7,31 \rightarrow \underline{s = 731\text{ m} \checkmark}$

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{0,731\text{ km}}{\frac{17}{3600}\text{ h}} \approx 154,8 \approx \underline{155 \frac{\text{km}}{\text{h}} \checkmark}$$

1.3. geg.: $f(x)$, $p(x) = -0,6x^2 + 0,5x + 2,1$

ges.: Fläche der Auslaufzone

Lös.:  Schnitstelle bestimmen:

CP: E: $f(x)$; $p(x)$ im
 grafik-Menü

V: Analyse: Schnittpunkt

A: $x_1 = -1$; $x_2 = 1 \checkmark$

oder im Main-Menü mit

$\text{SOLVE}(p(x)=f(x), x)$ (7)

ges.: Fläche:

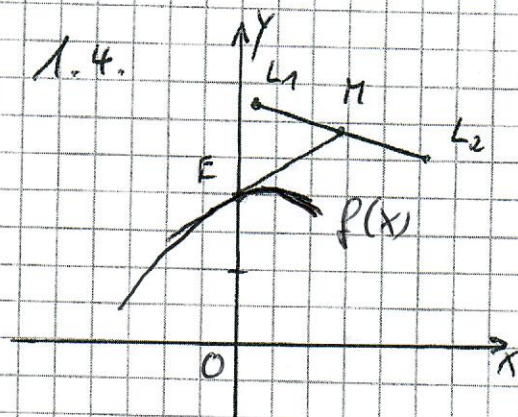
Lös.: $A = \int_{-1}^1 p(x) - f(x) dx \approx 0,1724 \hat{=} \underline{1724\text{ m}^2 \checkmark}$

CP

ges.: Volumen Kiefelfläche bei Schichtdicke von $0,25\text{ m}$

$$V = A \cdot d = 1724\text{ m}^2 \cdot 0,25\text{ m} \approx \underline{431\text{ m}^3 \checkmark}$$

1.4.

geg.: Leitpläne $\overline{L_1 L_2}$

$$L_1(0,3 | 2,3), |\overline{EM}| = 56 \text{ m}$$

$$M(0,5 | 2,25), E(0 | 2)$$

ges.: M nachweisen

(6)

Lös.: $\overline{EM}$ ist Tangente an $f(x)$ in $E(0|2)$ Tangentengleichung: $y = mx + n$

$$m = f'(x_E) = \frac{1}{2} - \frac{12 \cdot 0}{9} = \frac{1}{2} \checkmark$$

$$\wedge y = \frac{1}{2}x + n$$

$$E \rightarrow 2 = \frac{1}{2} \cdot 0 + n \wedge n = 2$$

[5]

$$\wedge \underline{y = \frac{1}{2}x + 2} \checkmark \wedge \text{Richtungsvektor der Tangente ist } \underline{\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}} \checkmark$$

$$\vec{OM} = \vec{OE} + \vec{a}_0; \vec{a}_0 \text{ ist Einheitsvektor zu } \vec{a} \quad (13)$$

$$\vec{OM} = \vec{OE} + 0,56 \cdot \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} \checkmark = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \frac{0,56}{\sqrt{2^2 + 1^2}} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \checkmark$$

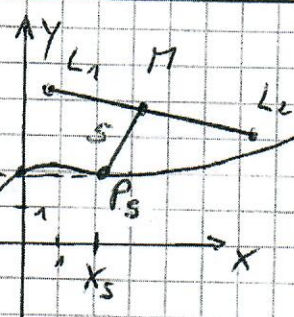
$$\vec{OM} = \begin{pmatrix} 0 + \frac{0,56}{\sqrt{5}} \cdot 2 \\ 2 + \frac{0,56}{\sqrt{5}} \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,534 \\ 2,25 \end{pmatrix} \wedge \underline{M(0,5 | 2,25)}$$

h.z.z.u. $\checkmark$ ges.: L_2 ; geg.: L_1, M

[3]

$$\text{Lös.: } \underline{\vec{OL_2}} = \vec{OM} + \vec{L_1 M} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 2,25 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,2 \\ -0,05 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,7 \\ 2,20 \end{pmatrix} \checkmark$$

geg.:

ges.: $|\vec{P_s M}| \rightarrow \text{Min}$

Lös.:

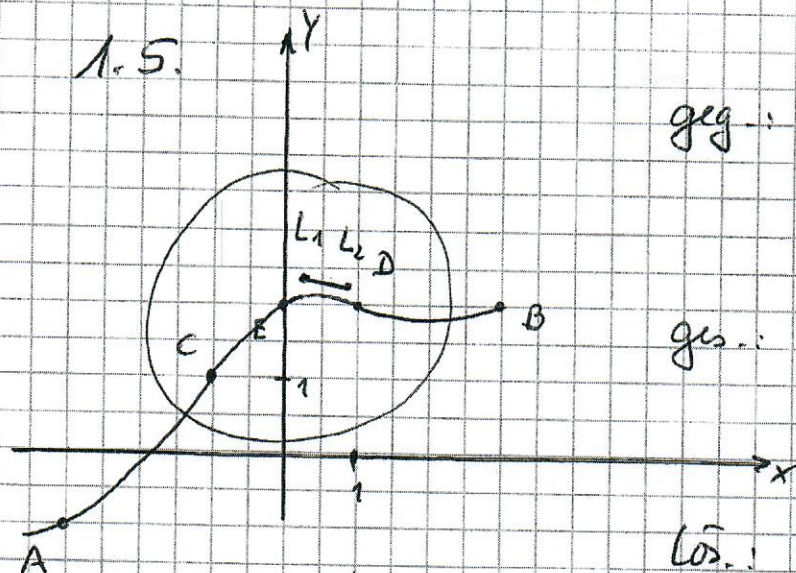
$$|\vec{P_s M}| = s = h(x_s) = \sqrt{(0,5 - x_s)^2 + (2,25 - y_s)^2}$$

CP: E: im Grafik-Menü: $h(x_s)$ $\checkmark$

[5]

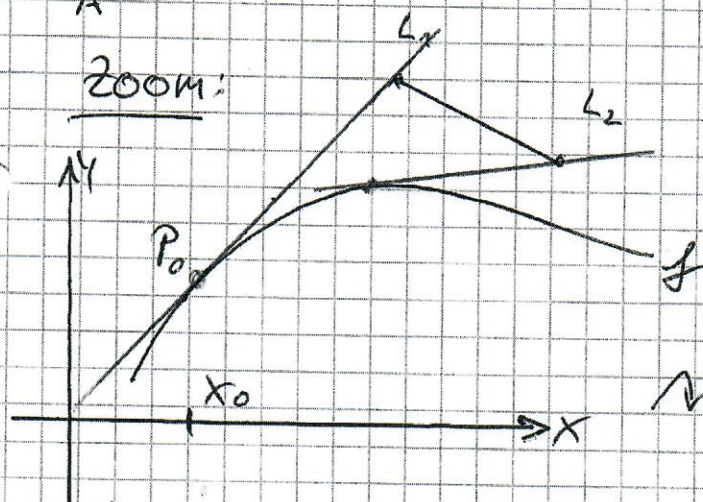
$$y_s = \frac{x_s + 6}{2x_s + 3}$$

1.5.

geg.: $L_1(0,30/2,30)$ Tangente von L_1 aus
an f ges.: Berührungspunkt $P_0(x_0, y_0)$ Lös.: Tangente: $y = mx + n$

$$m = f'(x_0)$$

$$m = \frac{1}{2} - \frac{12x_0}{(x_0^2 + 3)^2} \checkmark$$



$$y = \frac{1}{2} - \frac{12x_0}{(x_0^2 + 3)^2} x + n$$

 L_1 einsetzen und n finden:

$$2,3 = \left(\frac{1}{2} - \frac{12x_0}{(x_0^2 + 3)^2} \right) \cdot 0,3 + n \rightarrow n = 2,3 - 0,3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{12x_0}{(x_0^2 + 3)^2} \right) \checkmark$$

$$\rightarrow y = \frac{1}{2} - \frac{12x_0}{(x_0^2 + 3)^2} x + 2,3 - 0,3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{12x_0}{(x_0^2 + 3)^2} \right)$$

 P_0 einsetzen und mit SOLVE lösen:

$$0,5x_0 + \frac{6}{x_0^2 + 3} = \frac{1}{2} - \frac{12x_0}{(x_0^2 + 3)^2} \cdot x_0 + 2,3 - 0,3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{12x_0}{(x_0^2 + 3)^2} \right) \checkmark$$

$$\text{CP: SOLVE}(f(x) = f'(x_0) \cdot x_0 + 2,3 - 0,3 \cdot f'(x_0), x)$$

$$\rightarrow (x_0 \approx -1,77); \underline{x_{0_2} = -0,27} \rightarrow \underline{P_0(-0,27/1,82)} \checkmark$$

$$f(x_{0_2}) \approx 1,815 \rightarrow$$

1.6. geg.: $\bar{P}$ - Teile sind fehlerhaft im Profil
 $\bar{B}$ - Teile sind fehlerhaft in Beschriftung

$$P(\bar{P}) = 0,04 \quad n = 70 \checkmark$$

$$P(\bar{B}) = 0,08$$

$$P(P \cap B) = 0,912$$

X - Anzahl fehlerfreier Teile; $p = 0,912 \checkmark$

ges.: μ - Erwartungswert

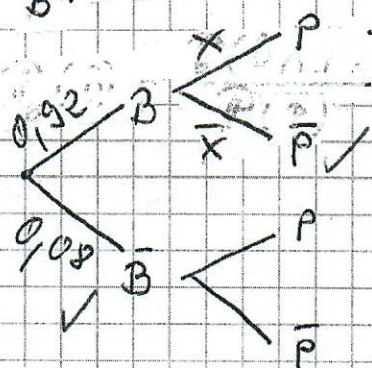
Los.: $\mu = n \cdot p = 70 \cdot 0,912 = \underline{\underline{63,84}} \checkmark$

ges.: $P(X \geq 64) \checkmark$

Los.: $P(X \geq 64) = \sum_{k=64}^{70} B_{70;0,912}(k) = \underline{\underline{0,5795}} \checkmark$
CP

1.7. ges.: $P_B(\bar{P})$

Los.:



$\rightarrow P(P \cap B) = 0,912 \checkmark$ (6)
 $\rightarrow P_B(P) = 0,912 : 0,92$
 $\rightarrow X = 0,9913 \checkmark$
 $\rightarrow \bar{X} = 1 - 0,9913 \checkmark$
 $\bar{X} = P_B(\bar{P}) = 0,0086957$
 $= \underline{\underline{\frac{1}{115}}} \checkmark$

ODER:]

geg.:

	P	$\bar{P}$	
B	0,912	0,008	0,92
$\bar{B}$	0,048	0,052	0,08
	0,96	0,04	1

$\rightarrow P_B(\bar{P}) = \frac{P(B \cap \bar{P})}{P(B)}$
 $= \frac{0,008}{0,92}$
 $= \underline{\underline{0,00869}}$