Fachbereich Mathematik
Bernhard-von-Cotta-Gymnasium Brand-Erbisdorf

11. Prüfungskomplex - Mathe-Leistungskurs 2020/21; Winkelfunktionen

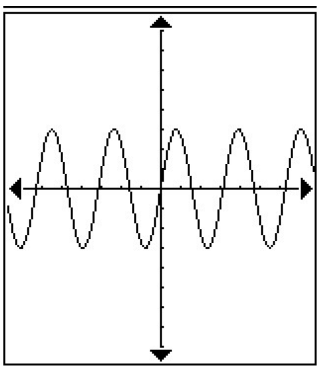
Abgabetermin 19.04.2021

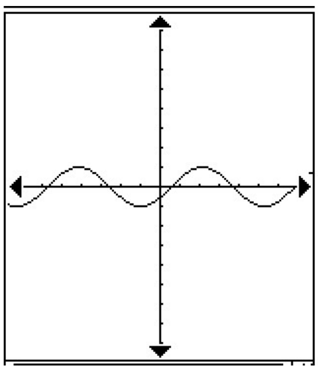
1) Wiederholen Sie folgende Eigenschaften der trigonometrischen Funktionen $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$ und $f(x) = \tan x$: Definitions- und Wertebereich, Nullstellen , Periodizität und Symmetrie!

2) (Nutzung des CAS nur zur Kontrolle!)
Bestimmen Sie die ersten zwei Ableitungen der folgenden Funktionen. Geben Sie jeweils auch den Definitions- und Wertebereich sowie die kleinste Periode p von f an!
Wiederholen Sie dazu den Einfluss der Parameter a, b und c auf den Verlauf des Graphen einer Funktion $f(x) = a \sin(bx + c)$ bzw. $f(x) = a \cos(bx + c)$!
a) $f(x) = 3 \sin(2x)$ b) $f(x) = -\cos(\pi x)$ c) $f(x) = 2 \sin(4x + 2)$

3) Ermitteln Sie aus dem Graphen von f eine Funktionsgleichung der Form
a) $f(x) = a \sin(bx)$ b) $f(x) = a \cos(x + c)$

(1 LE = 1)





4) Bestimmen Sie von folgenden Funktionen im Periodenintervall [0 ; p] rechnerisch die Nullstellen, Extrem- und Wendepunkte! Skizzieren Sie f jeweils!
a) $f(x) = -2 \sin(2x)$ b) $f(x) = \sin(3x - \pi)$

5) Gegeben sind die Funktionen $f_t(x)$ durch $y = f_t(x) = \frac{t^2+2}{2} \cdot \cos(tx)$; $(t \in R^+; x \in R)$

a) Ermitteln Sie von f_2 rechnerisch die Nullstellen, die kleinste Periode und die Extrempunkte sowie die Art der Extrema!
Zeichnen Sie f_2 im Intervall $0 \leq x \leq \pi$.

Bestimmen Sie rechnerisch eine Gleichung der Tangenten an f_2 im Punkt $P(\frac{\pi}{4}; f_2(\frac{\pi}{4}))$.

b) Für jedes t begrenzen die Koordinatenachsen und der Graph von f_t im Intervall $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2t}$ eine Fläche A_t vollständig. Ermitteln Sie A_t.
Für welchen Wert t wird diese Fläche minimal?
Die Fläche A_2 erzeugt bei Rotation um die x- Achse einen Rotationskörper. Bestimmen Sie sein Volumen.

c) Gegeben sei außerdem die Funktion $g(x) = 2 \sin(4x)$.
Weisen Sie nach, dass sich f_2 und g im Punkt $S(\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; 0)$ mit $k \in Z$ schneiden.