**8. Prüfungskomplex - Mathematik Schuljahr 2022/23**
**Analytische Geometrie - Grundlagen**

*Abgabetermin 06.02.23*

1. Bestimmen Sie die Koordinaten des Vektors $\overrightarrow{AB}$ und seines Gegenvektors. Bestimmen Sie auch den Betrag des Vektors $\overrightarrow{AB}$ .

a) A(1|0|1), B(3|4|1) b) A(-1|2|3), B(2|-2|4) c) A(1|-4|-3), B(7|2|-41)

2. Stellen Sie den Vektor $\vec{x}$ als Linearkombination der Vektoren $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ dar.

$\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix},\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix},\vec{b}=\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix},\vec{c}=\begin{pmatrix}0\\1\\-2\end{pmatrix},$

3. Ermitteln Sie die fehlende Koordinate z so, dass der Punkt (5|0|z) vom Punkt Q(4|-2|5) den Abstand 3 hat.

4. Überprüfen Sie die Vektoren auf lineare Abhängigkeit.

a) $\begin{pmatrix}1\\4\\5\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix},$ b) $\begin{pmatrix}3\\0\\-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}7\\6\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}10\\6\\0\end{pmatrix},$

5. Wie muss die reelle Zahl a gewählt werden, damit die Vektoren linear abhängig sind?

$\begin{pmatrix}a\\0\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\a\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3a\\1\\0\end{pmatrix}$

6. Geben Sie zwei verschiedene Parametergleichungen der Geraden g an, die durch die Punkte A(7|-3|-5) und B(2|0|3) geht.

7. Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Geraden g und h. Berechnen Sie gegebenenfalls den Schnittpunkt S.

a) $g:\overrightarrow{(x)}=\begin{pmatrix}5\\0\\1\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$ $h:\overrightarrow{(x)}=\begin{pmatrix}7\\1\\2\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-6\\-3\\3\end{pmatrix}$ b) $g:\overrightarrow{(x)}=\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ $h:\overrightarrow{(x)}=\begin{pmatrix}4\\2\\4\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}$

8. Untersuchen Sie, ob die Punkte A,B,C und in einer gemeinsamen Ebene liegen.

a) A(0|1|-1), B(2|3|5), C(-1|3|-1), D(2|2|2) b) a) A(3|0|2), B(5|1|9), C(6|2|7), D(8|3|14)

9. Skizzieren Sie die Ebene E im I. Oktanten.

a) E: x + y + z = 3 b) E: 3x – 4z = 12 c) E: 5x = 10

10. Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Ebene E zur Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ .

a) E: $2x + y + 3z = 0$ b) E: $x + y - z = 7$ c) $3x - z = 10$

11.Bestimmen Sie die Schnittgerade der Ebene E1 mit der Ebene E2.

E1: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ E2: $5x + 2y + z = -6$

12.

**14** Von einer Pyramide ABCDP mit der quadratischen Grundfläche ABCD und der Spitze P wurde eine kleine Pyramide so abgetrennt, dass der verbliebene Restkörper der in Fig. 1 in einem kartesischen Koordinatensystem dargestellte Pyramidenstumpf ist.

a) Ermitteln Sie mithilfe der Vektorrechnung die Länge einer Seitenkante der ursprünglichen Pyramide. Überprüfen Sie Ihr Ergebnis elementargeometrisch. Ermitteln Sie, welche Koordinaten der Punkt P in diesem Koordinatensystem gehabt hätte.

b) Die Gerade durch die Punkte B und H schneidet das Trapez CDEF im Punkt S. Berechnen Sie die Koordinaten von S.

c) Die Punkte F und G legen eine Gerade fest. Die Parallele zu dieser Geraden durch den Punkt S schneidet die Trapeze ABFE und CDHG in den Punkten $S_1$ und $S_2$. Berechnen Sie die Koordinaten dieser beiden Punkte.

d) Untersuchen Sie, ob der Punkt S auf der Geraden durch die Punkte E und C liegt.

e) Untersuchen Sie, ob die Punkte $S_1$ und $S_2$ in der Ebene liegen, die durch die Punkte C, E und H festgelegt ist.

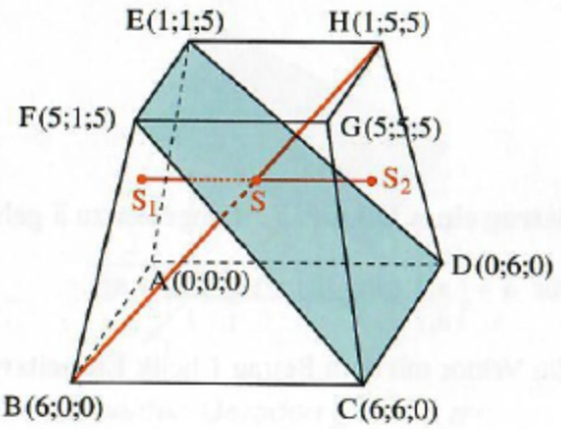


Fig. 1