



### 3. Prüfungskomplex – Ma-Leistungskurs 2022/23; Differenzierbarkeit von Funktionen

Abgabetermin:  
01.11.2022

1. Wiederholen Sie die Begriffe: „Differenzenquotient“, „Differentialquotient“, erste Ableitung, zweite Ableitung einer Funktion  $f$  an einer Stelle  $x_0$  und deren graphische Deutung!

---

2. Stellen Sie den Differentialquotienten an der Stelle  $x_0$  für folgende Funktionen auf!

A)  $f(x) = x^3$                       B)  $f(x) = e^x$                       C)  $f(x) = \sin x$

---

3. Untersuchen Sie die Grenzwerte für  $h \rightarrow 0$  der folgenden Terme, indem Sie für  $h$  Folgen von Zahlen einsetzen, die von „links“ bzw. „rechts“ gegen 0 streben. Fertigen Sie kleine Wertetabellen an!

A)  $\frac{e^h - 1}{h}$                       B)  $\ln\left(1 + \frac{h}{2}\right)^{\frac{2}{h}}$                       C)  $\frac{\cosh - 1}{h}$

---

4. Bilden Sie mit Hilfe der Ableitungsregeln die erste und zweite Ableitungsfunktion folgender Funktionen ( $a \in \mathbb{R}$ ,  $x \in D_f$ )!

$$f_1(x) = x^7 - ax^4 + \frac{a}{x}$$

$$f_2(x) = \frac{a}{(x-2)^2}$$

$$f_3(x) = e^{2-x} + 2x^a$$

$$f_4(x) = e^x x^2$$

$$f_5(x) = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{3} \sin(3x + 3)$$

$$f_6(x) = \frac{1}{x} + ax - \sqrt{ax}$$

Überprüfen Sie die erhaltenen Ableitungsfunktionen mit Hilfe des Taschenrechners!

---

5. Berechnen Sie das lokale Extrema und die Wendepunkte der Funktion  $f(x) = e^{-x^2}$  ohne Näherungswerte zu benutzen!

---

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x$$

6. Gegeben sei die Funktion  $f$  durch

a) Geben Sie Definitionsbereich, Wertebereich und Nullstellen der Funktion  $f$  an und zeichnen Sie  $f$  im Intervall  $[-1 \mid 6]$ .

b) Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente und der Normalen an der Stelle 3.

c) Ermitteln Sie die Punkte der Funktion  $f$  mit dem Anstieg 0?

d) Ermitteln Sie den Anstiegswinkel der Tangente im Punkt  $P(5 \mid f(5))$ .

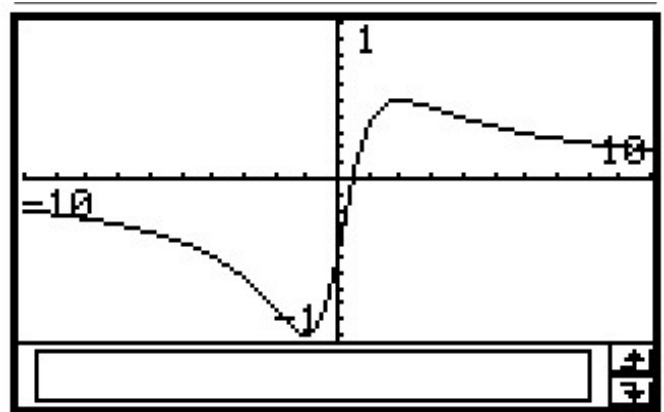
e) Die Gerade mit der Gleichung  $y = x + 3$  ist eine Sekante zur Funktion  $f$ . Ermitteln Sie alle Schnittpunkte der Sekante mit  $f(x)$ .

f) Gegeben sei eine weitere Sekante mit der Gleichung  $y = mx$  ( $m \in \mathbb{R}$ ). Bestimmen Sie die Werte  $m$ , für die die Sekante genau einen Punkt, zwei Punkte bzw. drei Punkte mit  $f$  gemeinsam hat.



7. Gegeben sei das Bild einer Funktion  $f(x)$  (siehe Abb.) Die  $x$ -Achse ist eine Asymptote von  $f(x)$ .

- a) Entnehmen Sie der Abbildung Näherungswerte aller sichtbaren markanten Punkte ( $P_y$ , Nullstellen, Extrempunkte und Wendepunkte).
- b) Geben Sie für die zugehörige erste Ableitungsfunktion  $f'(x)$  im vorgegebenen Intervall an:
  - Näherungswerte für Nullstellen,
  - alle Argumente, für die die Funktionswerte von  $f'(x)$  positiv sind,
  - die Anzahl der Extremstellen.



**Aufgaben aus ABI-Prüfungs – A-Teilen: Alle Aufgaben sind ohne TR zu lösen.**

8 Eine Funktion  $f$  ist durch  $f(x)=2 \cdot e^{(1/2 \cdot x)} - 1$  gegeben.

8.1 Ermitteln Sie die Nullstelle der Funktion  $f$ .

8.2 Die Tangente an den Graphen von  $f$  im Punkt  $S(0 | 1)$  begrenzt mit den beiden Koordinatenachsen ein Dreieck. Weisen Sie nach, dass dieses Dreieck gleichschenkelig ist.

9 Für jeden Wert von  $a$  ( $a \in \mathbb{R}, a > 0$ ) ist die Funktion  $f_a$  gegeben durch  $f_a(x) = a \cdot e^{a+x}$  ( $x \in \mathbb{R}$ ).

Die Tangente an den Graphen von  $f_a$  im Punkt  $(-1 | f_a(-1))$  wird mit  $t_a$  bezeichnet.

9.1 Weisen Sie nach, dass für jeden Wert von  $a$  die Tangente  $t_a$  durch die Gleichung  $y = a \cdot e^{a-1} \cdot x + 2 \cdot a \cdot e^{a-1}$  beschrieben werden kann.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

9.2 Für jeden Wert von  $a$  schließen die Tangente  $t_a$  und die beiden Koordinatenachsen ein Dreieck ein.

Ermitteln Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks in Abhängigkeit von  $a$ .

Erreichbare BE-Anzahl: 02