2. Prüfungskomplex - Ma-Leistungskurs 2020/21; Grenzwerte von Zahlenfolgen und Funktionen

Abgabetermin: 05.10.2020

Wiederholen Sie!
- Begriffe Zahlenfolgen: Schranken, Grenzen und Grenzwert/konvergent und divergent/ rekursive und explizite Zuordnungsvorschrift.

- Begriffe Funktionen: Grenzwerte $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ bzw. $\lim\limits_{x \to \pm\infty}$ f(x) und deren grafische Bedeutung
- Stetigkeit an einer Stelle, im Intervall und im Definitionsbereich

Siehe dazu auch: http://www.frank-kaden.com/homepage/php/karte_a1.php und folgende

---

1. Gegeben ist $(a_n) = \left(\frac{3n+21}{2n-1}\right)$ n≥1

a) Stellen Sie die ersten 5 Glieder der Zahlenfolge(ZF) grafisch dar.
b) Weisen Sie nach, dass die Zahl 2,5 kein Glied der ZF ist.
c) Zeigen Sie, dass 2 keine Schranke der ZF ist.
d) Geben Sie die obere Grenze und eine untere Schranke an.
e) Untersuchen Sie die ZF auf Konvergenz.
f) Überprüfen Sie, ob die ZF arithmetisch oder geometrisch ist.

2. Berechnen Sie!

a) $\sum\limits_{i=1}^{7} 2^i$ b) $\sum\limits_{k=2}^{10}(k-3)$ c) $\sum\limits_{n=1}^{4} n^3 + \sum\limits_{n=5}^{8} n^3 - \sum\limits_{n=1}^{8} n^3$

d) die Summe aller ungeraden Zahlen kleiner als 400 (lösen Sie mit Hilfe des TW)

3. Stellen Sie folgende Summe mit Hilfe des Summenzeichens dar und berechnen Sie.
180+130+80+30+...-820=

4. Berechnen Sie die Grenzwerte für die entsprechende Stelle x_0 und geben Sie deren grafische Bedeutung an.

a) $f(x)=x^2+3x+2$; $x_0 = 0$

b) $f(x)=\frac{2x+x^2}{x}$; $x_0 = 0$

c) $f(x) = \sqrt{x^2-4}$; $x_0 = 2$

d) $f(x) = \begin{cases} x^2-1; \text{ für } & x<1 \\ \lg x; \text{ für } & x>1 \end{cases}$; $x_0 = 1$

e) $f(x) = \left(\frac{x^2-x-6}{x+2}\right)^3$; $x_0 = -2$

5. Ermitteln Sie (falls vorhanden) waag., senkr. und schräge Asymptoten.

a) $f(x)=\frac{x^2+2x-3}{x-1}$ b) $f(x)=\frac{3x^2-2x-1}{x^2-x-2}$ c) $f(x)=3^{-x}\cdot 4^x$ d) $f(x)=\frac{x^2+2x+1}{4x-4}$

e) $f(x)=\frac{x^2+3x+2}{x^2-2x-3}$ f) $f(x)=\frac{x^3-x^2-2x}{(x-1)^2}$

6. Untersuchen Sie, ob f(x) an der Stelle x_0 stetig ist. Begründen Sie.

a) $f(x)=\sqrt[3]{x^2-1};x_{01}=1;x_{02}=-1$

b) f(x)=$\sqrt{x+1};x_{01}=-1;x_{02}=-2;x_{03}=4$

c) $f(x)=\begin{cases} x^2;\ für & x\le 1 \\ \sqrt{x};\ für & x>1 \end{cases}\quad ;x_0=1$

7. Bestimmen Sie $t\in R$ so, dass f(x) in R stetig ist.

f(x)=$\begin{cases} -x^2+2x-1;\ für & x\le 1 \\ tx+1\quad ;\ für & x>1 \end{cases}$

8. Weisen Sie nach, dass die Funktion f(x) in R stetig ist.

f(x)=$\begin{cases} \frac{\sin(2x)}{x}; x\neq 0 \\ 2\quad ;x=0 \end{cases}$ Hinweis: Es gilt $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$