



## 2. Prüfungskomplex - Ma-Leistungskurs 2022/23; Grenzwerte von Zahlenfolgen und Funktionen

Abgabetermin:  
10.10.2022

Wiederholen Sie!

- Begriffe Zahlenfolgen: Schranken, Grenzen und Grenzwert/konvergent und divergent/  
rekursive und explizite Zuordnungsvorschrift.

- Begriffe Funktionen: Grenzwerte  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  bzw.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$  und deren grafische Bedeutung

- Stetigkeit an einer Stelle, im Intervall und im Definitionsbereich

Siehe dazu auch: [http://www.frank-kaden.com/homepage/php/karte\\_a1.php](http://www.frank-kaden.com/homepage/php/karte_a1.php) und folgende

1. Gegeben ist  $(a_n) = \left( \frac{3n+21}{2n-1} \right) \quad n \geq 1$

- Stellen Sie die ersten 5 Glieder der Zahlenfolge(ZF) grafisch dar.
- Weisen Sie nach, dass die Zahl 2,5 kein Glied der ZF ist.
- Zeigen Sie, dass 2 keine Schranke der ZF ist.
- Geben Sie die obere Grenze und eine untere Schranke an.
- Untersuchen Sie die ZF auf Konvergenz.
- Überprüfen Sie, ob die ZF arithmetisch oder geometrisch ist.

2. Berechnen Sie!

a)  $\sum_{i=1}^7 2^i$       b)  $\sum_{k=2}^{10} (k-3)$       c)  $\sum_{n=1}^4 n^3 + \sum_{n=5}^8 n^3 - \sum_{n=1}^8 n^3$

d) die Summe aller ungeraden Zahlen kleiner als 400 (lösen Sie mit Hilfe des TW)

3. Stellen Sie folgende Summe mit Hilfe des Summenzeichens dar und berechnen Sie.  
 $180+130+80+30+\dots-820=$

4. Berechnen Sie die Grenzwerte für die entsprechende Stelle  $x_0$  und geben Sie deren grafische Bedeutung an.

a)  $f(x)=x^2+3x+2$  ;  $x_0 = 0$

b)  $f(x)=\frac{2x+x^2}{x}$  ;  $x_0 = 0$

c)  $f(x) = \sqrt{x^2-4}$  ;  $x_0 = 2$

d)  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1; \text{ für } & x < 1 \\ \lg x; \text{ für } & x > 1 \end{cases} ; x_0 = 1$

e)  $f(x) = \left( \frac{x^2 - x - 6}{x + 2} \right)^3 ; x_0 = -2$



5. Ermitteln Sie (falls vorhanden) waag., senkr. und schräge Asymptoten.

a)  $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$    b)  $f(x) = \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 - x - 2}$    c)  $f(x) = 3^{-x} \cdot 4^x$    d)  $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{4x - 4}$

e)  $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 2x - 3}$    f)  $f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$

6. Untersuchen Sie, ob  $f(x)$  an der Stelle  $x_0$  stetig ist. Begründen Sie.

a)  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1}$ ;  $x_{01} = 1$ ;  $x_{02} = -1$

b)  $f(x) = \sqrt{x + 1}$ ;  $x_{01} = -1$ ;  $x_{02} = -2$ ;  $x_{03} = 4$

c)  $f(x) = \begin{cases} x^2; \text{ für} & x \leq 1 \\ \sqrt{x}; \text{ für} & x > 1 \end{cases} ; x_0 = 1$

7. Bestimmen Sie  $t \in \mathbb{R}$  so, dass  $f(x)$  in  $\mathbb{R}$  stetig ist.

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x - 1; \text{ für} & x \leq 1 \\ tx + 1 & ; \text{ für} & x > 1 \end{cases}$$

8. Weisen Sie nach, dass die Funktion  $f(x)$  in  $\mathbb{R}$  stetig ist.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(2x)}{x}; & x \neq 0 \\ 2 & ; x = 0 \end{cases} \quad \text{Hinweis: Es gilt } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$