



Doppelstunde Donnerstag, den 14.01.2021  
Aufgabenerledigung bis Freitag, den 15.01.2021

#### 4. Absolute und relative Häufigkeit

Auch dieses Thema enthält Begriffe der Stochastik, deren Bedeutung schon länger durch den Stochastikunterricht der Sek. I bekannt ist. Wir sammeln noch mal alle Erkenntnisse dazu ein und legen uns mit einigen mathematischen Sätzen wichtige Grundlagen für weitere Zusammenhänge. Es baut also wieder alles aufeinander auf... **Thema lesen, Lückentexte füllen und Übungen (Seite 3) ausführen**

Der zufällige Münzwurf oder Würfelwurf ist seit alters her ein Standardbeispiel für ein Zufallsexperiment. BUFFON (1707-1788) warf Münze 4040 mal und beobachtete 2048 mal Wappen. (siehe auch Seite 2) PEARSON (1857-1936) warf Münze 24000 mal und beobachtete 12012 mal Wappen. (siehe Seite 2)

**Def.:** Die Zahl  $H_n(E)$ , die angibt, wie oft bei n-maliger Versuchsdurchführung das Ereignis E eintritt, heißt absolute Häufigkeit.

Bei wem trat nun Wappen mit der größeren Häufigkeit auf? Die Antwort liefert keinesfalls die absolute Häufigkeit:

Vergleich: BUFFON:  $\frac{2048}{4040} = ?$  PEARSON:  $\frac{12012}{24000} = ?$

**Antwort:** Bei ..... trat Wappen mit größerer ..... Häufigkeit auf.

**Def.:** Ist n die Zahl der Versuchsdurchführungen und  $H_n(E)$  die absolute Häufigkeit von E, dann heißt der Quotient  $h_n(E) = H_n(E)/n$  relative Häufigkeit von E.

**Bsp.1:** Erzeugen Sie mit der Funktion **randlist(20,1,6)** 20 Zufallszahlen von 1 bis 6 (Würfelexperiment). Oder nutzen Sie dieses mögliche GTR-Ergebnis: **3 1 6 6 5 4 2 2 6 1 5 4 5 5 2 6 5 3 4 5**

Notieren Sie folgende Ereignisse in aufzählender Weise und ermitteln Sie die absolute und relative Häufigkeit (in %).

E=	Augenzahl ist eine 5	= { }	H <sub>20</sub> (E)=	h <sub>20</sub> (E)=	%
F=	Augenzahl ist gerade	= { }	H <sub>20</sub> (F)=	h <sub>20</sub> (F)=	%
S=	(Sicheres Ereignis)	= { }	H <sub>20</sub> (S)=	h <sub>20</sub> (S)=	%
G=	Augenzahl ist ungerade	= { }	H <sub>20</sub> (G)=	h <sub>20</sub> (G)=	%
EuF=	E vereinigt mit F (E oder F)	= { }	H <sub>20</sub> (EuF)=	h <sub>20</sub> (EuF)=	%

#### Schlussfolgerungen:

Für absolute und relative Häufigkeiten gelten folgende allgemeine Sätze: (E, F sind beliebige Ereignisse, S ist das sichere Ereignis):

**Satz 1:** .....  $\leq H_n(E) \leq$  ..... und  $H_n(S) =$  .....  
.....  $\leq h_n(E) \leq$  ..... und  $h_n(S) =$  .....

**Satz 2:** Falls E und F unvereinbar sind, gilt:  
 $H_n(E \cup F) =$  ..... und  $h_n(E \cup F) =$  .....

**Satz 3:**  $H_n(\emptyset) =$  .....



**Satz 4:** Ist  $\bar{E}$  das Gegenereignis von E, so gilt:  
 $H_n(\bar{E}) + H_n(E) = \dots\dots\dots$  und  $h_n(\bar{E}) + h_n(E) = \dots\dots\dots$

**Satz 5:** Falls E und F nicht unvereinbar sind, gilt: (siehe Bsp.2 unten)  
 $H_n(E \cup F) = \dots\dots\dots$   
 $h_n(E \cup F) = \dots\dots\dots$

**Bsp.2:** In einer Produktionslinie für rotationssymmetrische Teile arbeiten parallel zwei Drehautomaten. Aus der laufenden Produktion werden jeweils 100 Teile entnommen, die an der zu bearbeitenden Fläche einen Solldurchmesser von 115 mm aufzuweisen haben. Die folgende Übersicht zeigt die gemessenen Werte an. Es werden genau zwei Ereignisse für die Qualitätsprüfung betrachtet:

**Ereignis E:** Der Sollwert wurde unterschritten.

**Ereignis F:** Der Messwert liegt zwischen 114,85 mm und 115,15 mm.

Es arbeitet der Automat genauer, bei dem die absolute Häufigkeit von  $H_{100}(E \cup F)$  am größten ist. Welcher Automat ist das?

Messwert (mm)	$H_{100}$ für Automat A	$H_{100}$ für Automat B
114,65	3	2
114,70	2	2
114,75	3	3
114,80	0	1
114,85	2	2
114,90	0	1
114,95	20	19
115,00	42	42
115,05	20	21
115,10	3	3
115,15	2	1
115,20	3	3

Wieder mal ein VENN-Diagramm...

Lösung zu Automat A:  $H_{100}(E \cup F) = 30 + 85 - 20 = 95$

Lösung zu Automat B:  $H_{100}(E \cup F) = \dots\dots\dots$

**Antwort:**



**Comte de Georges Louis Buffon**

geb. 7. September 1707 in Montbard  
gest. 16. April 1788 in Paris

Georges Buffon entdeckte im Alter von 20 Jahren unabhängig von seinen Vorgängern den binomischen Lehrsatz. Er führte Differenzial- und Integralrechnung in die Wahrscheinlichkeitstheorie ein und war der wichtigste Naturhistoriker seiner Zeit, wobei er großen Einfluss auf vielen verschiedenen Gebieten hatte. Als Anhänger der Lehre von der Urzeugung nahm er eine Entwicklung der Organismen als Folge erdgeschichtlicher Vorgänge an. Die Entstehung der Planeten erklärte als Folge eines Zusammenstoßes eines Kometen mit der Sonne. Er stellte als erster naturwissenschaftliche Erkenntnisse in volkstümlicher Sprache dar. (44bändige Naturgeschichte 1749-1804)  
In der Mathematik ist das Buffonsche Nadelexperiment zur experimentellen Bestimmung von  $\pi$  bekannt. Buffon war Intendant des königlichen botanischen Gartens in Paris.

• Buffonsches Nadelexperiment



**Karl Pearson**

geb. 27. März 1857 in London  
gest. 27. April 1936 in Coldharbour, Surrey

Der britische Statistiker studierte in Cambridge, in Heidelberg und Berlin. Er entwickelte den Chi<sup>2</sup>-Test ( $\chi^2$ -Test) und erzielte weitere bedeutende Ergebnisse auf dem Gebiet der mathematischen Wahrscheinlichkeitsrechnung. Zum Beispiel führte er den Korrelationskoeffizienten ein.

Obwohl Pearson als Fachmann international anerkannt war, darf nicht übersehen werden, dass er Nazi war und faschistisches Gedankengut verbreitete. U.a. äußerte er, dass die Nation "ein homogenes Ganzes sein muss, nicht eine Mischung hochwertiger und geringwertiger Rassen". Weiterhin forderte er "... Kriege mit minderwertigen Rassen". Pearson war Antisemit.

Bild- und Textquelle: Mathematik Alpha, Version 27.2019



Übungen S. 18/ 5,6,7,8,9,10

- 4 Gib die folgenden relativen Häufigkeiten in Prozent bzw. dezimal an.  
a) 0,2    b) 0,05    c) 15%    d) 0,3%    e) 0,001    f) 4,7%    g) 0,8    h) 10%  
i) 0,8%    j) 0,75    k) 55%    l) 1,0    m) 0,99    n) 10,2%    o) 0,02    p) 2,5%
- 5 Bei 2325 Rindern wird die relative Häufigkeit der an Brucellose (Bakterienkrankheit) erkrankten Tiere mit 0,04 angegeben. Wie viele der untersuchten Tiere waren von der Krankheit befallen?
- 6 An einer Universität sind 1305 Studenten älter als 25 Jahre; sie machen 9% aller Studenten aus. Wie viele Studenten hat diese Universität?
- 7 Jeder 15. Angestellte einer Firma kommt zu Fuß; 7 von 10 mit dem Pkw; 8 von 100 mit dem Fahrrad; die übrigen benutzen öffentliche Verkehrsmittel. Gib die relativen Häufigkeiten für die Verkehrsmittel auf dem Wege zum Arbeitsplatz in Prozent an.
- 8 Eine Fernmeldestelle untersucht die Gesprächsdauer bei Ferngesprächen. Sie ermittelt dazu bei 270 zufällig ausgewählten Gesprächen die Gesprächsdauer (in Gebühreneinheiten).

cp  
20  
10

Dauer des Gesprächs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	über 10
Anzahl der Gespräche	4	9	16	28	40	36	42	30	26	18	21

Wie groß ist die relative Häufigkeit für eine Gesprächsdauer  $d$  mit:

- a)  $d < 3$     b)  $d < 5$     c)  $d \leq 9$     d)  $4 < d < 10$     e)  $d > 5$ ?

- 9 Ein Zufallsexperiment hat die Ergebnismenge  $S = \{e_1; e_2; e_3\}$ . Bei 72 Durchführungen trat  $e_1$  18mal und  $e_2$  42mal ein. a) Gib alle Ereignisse des Zufallsexperiments an. b) Bestimme für jedes Ereignis die relative Häufigkeit.

- 10 Fig. 18.1 veranschaulicht die Blutgruppenzugehörigkeit der Europäer in einem Säulendiagramm. Gib die relativen Häufigkeiten der verschiedenen Blutgruppen an.



- 11 a) Ermittle den Gesamtstimmenanteil der Parteien A, B, C (Fig. 18.2).  
b) Nur diejenigen Parteien mit mehr als insgesamt 5% erhalten Mandate, die prozentual dem Stimmenanteil verteilt werden. Ermittle die prozentuale Mandatsverteilung.

Wahlkreis	A	B	C	Gültige Stimmen
I	37,2%	58,9%	3,9%	70308
II	34,8%	59,1%	6,1%	44517
III	43,5%	51,3%	5,2%	46815

18.2

Übungen S. 73/ 3,4,5

- 3 Fig. 73.1 gibt das Ergebnis einer Untersuchung von Haushalten eines Stadtteils wieder. Wieviel Prozent der Haushalte des Stadtteils haben Radio oder Fernsehen (weder Radio noch Fernsehen)?
- 4 Eine Kugellagerfabrik prüft die produzierten Kugeln auf Abweichungen im Durchmesser und in der Härte (Fig. 73.2). Es sei A: Abweichung im Durchmesser; B: Abweichung in der Härte. Bestimme die relative Häufigkeit der nicht einwandfreien Kugeln.
- 5 Für den Wurf eines idealen Würfels seien A, B Ereignisse mit  $A = \{1; 2; 3\}$ ;  $B = \{2; 4; 6\}$ . Berechne  $P(A)$ ;  $P(B)$ ;  $P(A \cap B)$ ;  $P(A \cup B)$ ;  $P(\bar{A} \cup \bar{B})$ .

Radio . . . . .	86%
Fernsehen . . . . .	76%
Radio und Fernsehen . . . . .	70%
73.1	
Von 1000 Kugeln haben Abweichungen in dem Durchmesser . . . . .	65
der Härte . . . . .	78
Durchmesser und Härte . . . . .	43
73.2	