Doppelstunde Donnertag, den 14.01.2021
Aufgabenerledigung bis Freitag, den 15.01.2021

4. Absolute und relative Häufigkeit

Auch dieses Thema enthält Begriffe der Stochastik, deren Bedeutung schon länger durch den Stochastikunterricht der Sek. I bekannt ist. Wir sammeln noch mal alle Erkenntnisse dazu ein und legen uns mit einigen mathematischen Sätzen wichtige Grundlagen für weitere Zusammenhänge. Es baut also wieder alles aufeinander auf... ***Thema lesen, Lückentexte füllen und Übungen (Seite 3) ausführen***

Der zufällige Münzwurf oder Würfelwurf ist seit alters her ein Standardbeispiel für ein Zufallsexperiment.
BUFFON (1707-1788) warf Münze 4040 mal und beobachtete 2048 mal Wappen. (siehe auch Seite 2)
PEARSON (1857-1936) warf Münze 24000 mal und beobachtete 12012 mal Wappen. (siehe Seite 2)

Def.: Die Zahl $H_n(E)$, die angibt, wie oft bei n-maliger Versuchsdurchführung das Ereignis E eintritt, heißt absolute Häufigkeit.

Bei wem trat nun Wappen mit der größeren Häufigkeit auf? Die Antwort liefert keinesfalls die absolute Häufigkeit:

Vergleich: BUFFON: $\frac{2048}{4040} = ?$ 0,5069 PEARSON: $\frac{12012}{24000} = ?$ 0,5005

Antwort: Bei ..BUFFON.. trat Wappen mit größerer ..relativer.. Häufigkeit auf.

Def.: Ist n die Zahl der Versuchsdurchführungen und $\mathbf{H_n(E)}$ die absolute Häufigkeit von E, dann heißt der Quotient $\mathbf{h_n(E) = H_n(E)/n}$ relative Häufigkeit von E.

Bsp.1: Erzeugen Sie mit der Funktion **randlist(20,1,6)** 20 Zufallszahlen von 1 bis 6 (Würfelexperiment).
Oder nutzen Sie dieses mögliche GTR-Ergebnis: **31665 42261 54552 65345**

Notieren Sie folgende Ereignisse in aufzählender Weise und ermitteln Sie die absolute und relative Häufigkeit (in %).

E=	Augenzahl ist eine 5	={ 5 }	H20(E)= 6	h20(E)= 6/20	30 %
F=	Augenzahl ist gerade	={ 2,4,6 }	H20(F)= 10	h20(F)= 10/20	50 %
S=	(Sicheres Ereignis)	={1,2,3,4,5,6}	H20(S)= 20	h20(S)= 1	100 %
G=	Augenzahl ist ungerade	={ 1,3,5 }	H20(G)= 10	h20(G)= 10/20	50 %
EuF=	E vereinigt mit F (EoderF)	={ 2,4,5,6 }	H20(EuF)= 16	h20(EuF)= 16/20	80 %

Schlussfolgerungen:
Für absolute und relative Häufigkeiten gelten folgende allgemeine Sätze: (E, F sind beliebige Ereignisse, S ist das sichere Ereignis):

Satz 1: ..0.. <= $H_n(E)$ <= ..n.. und $H_n(S)$ = ..n..
..0.. <= $h_n(E)$ <= ..1.. und $h_n(S)$ = ..1..

Satz 2: Falls E und F unvereinbar sind, gilt:
$H_n(E \cup F) =$ $H_n(E) + H_n(F)$ und $h_n(E \cup F) =$ $h_n(E) + h_n(F)$

Satz 3: $H_n(\emptyset) =$ ..0..

Satz 4: Ist $\bar{E}$ das Gegenereignis von E, so gilt:
$H_n(\bar{E}) + H_n(E) =$ ...n...... und $h_n(\bar{E}) + h_n(E) =$ ...1.........

Satz 5: Falls E und F nicht unvereinbar sind, gilt: (siehe Bsp.2 unten)
$H_n(E \cup F) =$ $H_n(E) + H_n(F) - H_n(E \cap F)$
$h_n(E \cup F) =$ $h_n(E) + h_n(F) - h_n(E \cap F)$

Bsp.2: In einer Produktionslinie für rotationssymmetrische Teile arbeiten parallel zwei Drehautomaten. Aus der laufenden Produktion werden jeweils 100 Teile entnommen, die an der zu bearbeitenden Fläche einen Solldurchmesser von 115 mm aufzuweisen haben. Die folgende Übersicht zeigt die gemessenen Werte an. Es werden genau zwei Ereignisse für die Qualitätsprüfung betrachtet:

Ereignis E: Der Sollwert wurde unterschritten.
Ereignis F: Der Messwert liegt zwischen 114,85 mm und 115,15 mm.

Es arbeitet der Automat genauer, bei dem die absolute Häufigkeit von $H_{100}(E \cup F)$ am größten ist. Welcher Automat ist das?

Messwert (mm)	H_{100} für Automat A	H_{100} für Automat B
114,65	3	2
114,70	2	2
114,75	3	3
114,80	0	1
114,85	2	2
114,90	0	1
114,95	20	19
115,00	42	42
115,05	20	21
115,10	3	3
115,15	2	1
115,20	3	3

Wieder mal ein VENN-Diagramm...

Lösung zu Automat A: $H_{100}(E \cup F) = 30 + 85 - 20 = 95$
Lösung zu Automat B: $H_{100}(E \cup F) =$ 30+86-20=96.........

Antwort:

Automat B arbeitet genauer.

Comte de Georges Louis Buffon

geb. 7.September 1707 in Montbard
gest. 16.April 1788 in Paris

Georges Buffon entdeckte im Alter von 20 Jahren unabhängig von seinen Vorgängern den binomischen Lehrsatz. Er führte Differenzial- und Integralrechnung in die Wahrscheinlichkeitstheorie ein und war der wichtigste Naturhistoriker seiner Zeit, wobei er großen Einfluss auf vielen verschiedenen Gebieten hatte.
Als Anhänger der Lehre von der Urzeugung nahm er eine Entwicklung der Organismen als Folge erdgeschichtlicher Vorgänge an. Die Entstehung der Planeten erklärte als Folge eines Zusammenstoßes eines Kometen mit der Sonne. Er stellte als erster naturwissenschaftliche Erkenntnisse in volkstümlicher Sprache dar. (44bändige Naturgeschichte 1749-1804)
In der Mathematik ist das Buffonsche Nadelexperiment zur experimentellen Bestimmung von π bekannt.
Buffon war Intendant des königlichen botanischen Gartens in Paris.

- Buffonsches Nadelexperiment

Karl Pearson

geb. 27.März 1857 in London
gest. 27.April 1936 in Coldharbour, Surrey

Der britische Statistiker studierte in Cambridge, in Heidelberg und Berlin.
Er entwickelte den Chi²-Test (χ^2-Test) und erzielte weitere bedeutende Ergebnisse auf dem Gebiet der mathematischen Wahrscheinlichkeitsrechnung. Zum Beispiel führte er den Korrelationskoeffizienten ein.

Obwohl Pearson als Fachmann international anerkannt war, darf nicht übersehen werden, dass er Nazi war und faschistisches Gedankengut verbreitete.
U.a. äußerte er, dass die Nation "ein homogenes Ganzes sein muss, nicht eine Mischung hochwertiger und geringwertiger Rassen". Weiterhin forderte er "... Kriege mit minderwertigen Rassen". Pearson war Antisemit.

Bild- und Textquelle: Mathematik Alpha, Version 27.2019

Lösungen zu Punkt 4 – Absolute und relative Häufigkeiten

S. 18/5 B... Ereignis Brucellose

ges.: $H_{2325}(B)$, $n = 2325$ geg.: $h_{2325}(B) = 0{,}04$

$H(B) = h(B) \cdot n = 0{,}04 \cdot 2325 =$ <u>93 Tiere sind erkrankt</u>

S. 18/6 $Ä$... Ereignis älter als 25

geg.: $H(Ä) = 1305$, $h(Ä) = 0{,}09$, ges n

$n = \frac{H(Ä)}{h(Ä)} = 1305 : 0{,}09 =$ <u>14500 Studenten</u>

S. 18/7 zu Fuß: $\frac{1}{15} = 0{,}0\overline{6} \mathrel{\widehat{=}} 6{,}7\%$

PKW: $\frac{7}{10} = 0{,}7 \mathrel{\widehat{=}} 70\%$

Fahrrad: $\frac{8}{100} = 0{,}08 \mathrel{\widehat{=}} 8\%$

ö. V.: $15{,}3\%$

S. 18/8 a) $\frac{13}{270} \approx 4{,}8\%$ b) $\frac{57}{270} \approx 21{,}1\%$ c) $\frac{231}{270} \approx 85{,}6\%$

d) $\frac{174}{270} \approx 64{,}4\%$ e) $\frac{173}{270} \approx 64{,}1\%$

S. 18/9

e_1 trat 18 mal ein $\quad n = 72$

e_2 " 42 " "

e_3 " 12 " "

Ereignis	relative Häufigkeit
$\emptyset$	0
$\{e_1\}$	$\frac{18}{72} = \frac{1}{4}$
$\{e_2\}$	$\frac{42}{72} = \frac{7}{12}$
$\{e_3\}$	$\frac{12}{72} = \frac{1}{6}$
$\{e_1; e_2\}$	$\frac{60}{72} = \frac{5}{6}$
$\{e_2; e_3\}$	$\frac{54}{72} = \frac{3}{4}$
$\{e_1; e_3\}$	$\frac{30}{72} = \frac{5}{12}$
$\{e_1; e_2; e_3\}$	1

S. 18/10

Das Säulendiagramm ist 58 mm breit

AB 3mm , $h(AB) = \frac{3}{58} \approx 5{,}2\%$

B 6mm , $h(B) \approx 10{,}3\%$

0 23 mm , $h(0) \approx 39{,}7\%$

A 26 mm , $h(A) \approx 44{,}8\%$

S. 73/3 $\quad h(R) = 86\%$, $h(F) = 76\%$, $h(R \cap F) = 70\%$

ges.: $\quad h(R \cup F) = h(R) + h(F) - h(R \cap F)$

$= 86\% + 76\% - 70\%$

$= \underline{92\%}$ haben R. oder F.

$h(\overline{R \cup F}) = \underline{\quad 8\% \quad}$ haben weder R. noch F.

S. 73/4 $\quad h(D) = 0{,}065$, $h(H) = 0{,}078$, $h(D \cap H) = 0{,}043$

$h(D \cup H) = 0{,}065 + 0{,}078 - 0{,}043 = \underline{0{,}1} \mathrel{\widehat{=}} 10\%$ nicht einw. K.

S. 73/5 $\quad P(A) \mathrel{\widehat{=}} h_n(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$; $P(B) \mathrel{\widehat{=}} h_n(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$P(A \cap B) = h_n(A \cap B) = \frac{1}{6}$

$P(A \cup B) = h_n(A \cup B) = h_n(A) + h_n(B) - h_n(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = h_n(\bar{A} \cup \bar{B}) = h_n(\overline{A \cap B}) = \frac{5}{6}$