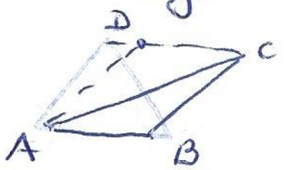
B2 6

2.1. $A(4|-8|0)$; $B(10|-1|0)$; $C(3|5|0)$

Zeige: ΔABC ist gleichschenklig u. rechtwinklig



I) $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$ mit $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -7 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\sqrt{36+49} = \sqrt{49+36}$

w.z.b.w. $\Rightarrow$ Δ ist gleichschenklig

II) Rechter Winkel bei B?

$\overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{BC} = 0$

$\begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -7 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$

$-42 + 42 = 0$

$0 = 0$ w.z.z.w.

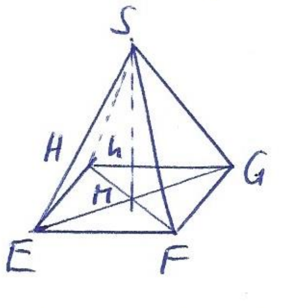
4

ges.: D für ▱ ABCD

III) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

$\begin{pmatrix} x_D - 4 \\ y_D + 8 \\ z_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow D(-3|-2|0)$

2.2. $S(3,5|-1,5|h)$ $h \in \mathbb{R}$, $h > 18$



Begründen, dass Pyramide gerade ist

I) $h \perp$ Ebene EFGH

II) S über M

Aus ABCD folgt $E(4|-8|18)$; $F(10|-1|18)$; $G(3|5|18)$ und $H(-3|-2|18)$

M ist Streckenmittelpunkt von $\overline{EG}$ bzw. HF:

Wegen $M\left(\frac{x_E + x_G}{2} \middle| \frac{y_E + y_G}{2} \middle| \frac{z_E + z_G}{2}\right)$ folgt $M\left(\frac{7}{2} \middle| -\frac{3}{2} \middle| 18\right)$

Da S die gleichen x- und y-Koord. wie M hat ist I) u. II) erfüllt $\Rightarrow$ Pyramide ist gerade.

2

2.3. E und F liegen in E_h!

$E_h: 7(h-18)x - 6(h-18)y + 42{,}5z = 764-603$

⇒ EFS liegt in E_h, wenn auch $S(3{,}5|-1{,}5|4)$ in E_h liegt!

⇒ Punktprobe:

$7(h-18)\cdot 3{,}5 - 6(h-18)\cdot(-1{,}5) + 42{,}5\cdot h = 764-603$

CP-SOLVE: ⇒ $0h = 0$ mit $h \in \mathbb{R}$

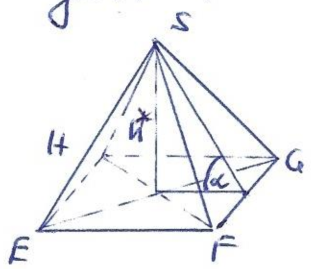
⇒ $\underline{\underline{S \text{ liegt in } E_h}}$

w.z.z.w.

---

ges.: Turmvolumen geg.: $\alpha = 47{,}3°$

$|\vec{EF}| = |\vec{AB}| = \sqrt{85} \approx 9{,}22$



Lös: $\tan\alpha = \dfrac{h^*}{\frac{1}{2}\sqrt{85}}$ ⇒ $h^* = \frac{1}{2}\sqrt{85}\cdot\tan 47{,}3°$

$\underline{\underline{h^* \approx 5\,m}}$

$V_{Pyr.} = \frac{1}{3} AG \cdot h$; $AG = 85\,m^2$

$V_{Pyr} = \frac{1}{3}\cdot 85\cdot 5 = \underline{\underline{141{,}67\,m^3}}$

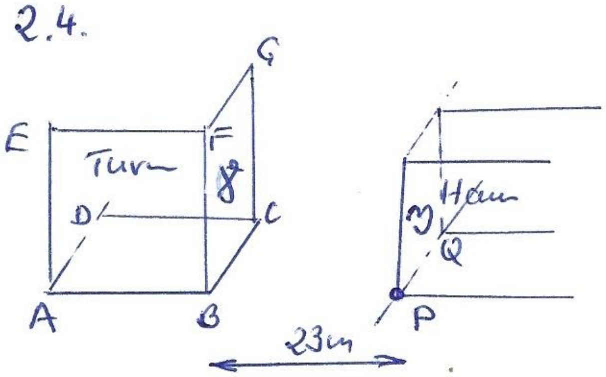
7

$V_{Prisma} = AG\cdot h$

$V_{Prisma} = 85\cdot 18 = \underline{\underline{1530\,m^3}}$

⇒ Turmvolumen beträgt $\underline{\underline{1671{,}67\,m^3}} \approx 1672\,m^3$

2.4.



geg.: Ebene γ mit BCG

$B(10|-1|0)$; $C(3|5|0)$; $G(3|5|18)$

⇒ $\gamma: \vec{x} = \begin{pmatrix}10\\-1\\0\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}-7\\6\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}-7\\6\\18\end{pmatrix}$

⇒ γ in Koordinatenform:

$\vec{n} = \begin{vmatrix} \vec{i} & -7 & -7 \\ \vec{j} & 6 & 6 \\ \vec{k} & 0 & 18 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix}108\\126\\0\end{pmatrix}$ bzw. $\begin{pmatrix}6\\7\\0\end{pmatrix}$

⇒ $6x + 7y = d$

B → $6\cdot 10 + 7\cdot(-1) = d$ ⇒ $d = 53$

⇒ $\gamma: \underline{6x + 7y = 53}$

⇒ da g parallel zu f, folgt:

$g: \ 6x + 7y = d$ ✓

Suche den Punkt P! P liegt auf g, muss nicht die Ecke des Hauses sein!

$\vec{OP} = \vec{OB} + 23 \cdot \frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|}$ ✓

4

$\vec{OP} = \begin{pmatrix} 10 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{23}{\sqrt{85}} \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24{,}97 \\ 16{,}46 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow P(24{,}97 | 16{,}46 | 0)$ ✓

⇒ $g: \ 6 \cdot (24{,}97) + 7(16{,}46) = d \Rightarrow \underline{d \approx 265}$

oder Abstand: $d^*(g,P) = 23$ ⇒ ....

⇒ $g: \ \underline{\underline{6x + 7y = 265}}$ ✓

2.5. geg.: F – Farbfehler
U – unvollständige Wiedergabe } unabh. voneinander
R – fehlerfrei

$P(F) = 0{,}03$; $P(R) = 0{,}9$ ✓

ges.: Flyer haben entweder Farbfehler oder sind unvollständig:

$P = P(F \cup U) - P(F \cap U)$

4

$0{,}03$: F → U; $0{,}9278$: $\bar{U}$

$0{,}97$: $\bar{F}$ → $0{,}0722$: U; $0{,}9278$: $\bar{U}$] + P! ges. ✓

$= 0{,}9$ NR: $0{,}9 : 0{,}97 = 0{,}9278$ ✓

$\Rightarrow P = 0{,}03 \cdot 0{,}9278 + 0{,}97 \cdot 0{,}0722 = \underline{\underline{0{,}0978}}$ ✓

$\approx 10\%$