Schriftliches Abitur

259 1 a) $E_1=(ABC)$: Punktprobe; der Mittelpunkt $M(3|3|1)$ von PP' liegt auf E_2 (Punktprobe) und $\overrightarrow{PP'}=\begin{pmatrix}-8\\-4\\-12\end{pmatrix}$ ist ein Vielfaches des aus der angegebenen Gleichung von E_2 zu entnehmenden Normalenvektors von E_2; $E_3: 2x_1+x_2+3x_3=0$.

b) s: $\vec{x}=\begin{pmatrix}4\\4\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix}$; $\sphericalangle(E_1,E_2)=60°$

c) $d(E_2,E_3)=\frac{12}{\sqrt{14}}$ d) $D(\frac{19}{7}|\frac{13}{7}|\frac{11}{7})$

e) g_1: $\vec{x}=\begin{pmatrix}3\\3\\1\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}5\\-1\\4\end{pmatrix}$; g_2: $\vec{x}=\begin{pmatrix}3\\3\\1\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-4\\5\\1\end{pmatrix}$; $\sphericalangle(g_1,g_2)=60°$.

2 a) (BP): $\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}$; (OQ): $\vec{x}=s\begin{pmatrix}2\\2\\1\end{pmatrix}$; (BP), (OQ) windschief

b) Für kein t sind die Vektoren linear abhängig.

c) Für t=0 schneiden sich (BP) und (OQ) in O;
für $t=\frac{1}{3}$ schneiden sich (BP) und (OQ) in $S(\frac{3}{4}|\frac{2}{4}|\frac{1}{4})$;
die Gerade (CS) durchstößt die Ebene (OAB) in $R(\frac{2}{3}|\frac{1}{3}|0)$.

d) Für $t=\frac{1}{3}$ liegt U in (ABC); für $t\neq 0$ und $t\neq -1$ schneiden sich (BP) und (OU) im Punkt $T\left(\frac{3t}{1+t}|\frac{2t}{1+t}|\frac{t}{1+t}\right)$.

e) $\frac{1}{3}(\overrightarrow{OO}+\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}=\overrightarrow{OR}$; $\frac{1}{3}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix}=\overrightarrow{OU}$, falls $t=\frac{1}{3}$.

f) TV(CSR)=3; TV(OTU)$=\frac{1}{t}$

3 a) g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}2\\3\\2\end{pmatrix}$; $D_{12}(0|-3|0)$, $D_{13}(2|0|2)$, $D_{23}(0|-3|0)$;
$\sphericalangle(g,x_1x_2\text{-Ebene})\approx 29{,}02°$; $\sphericalangle(g,x_1x_3\text{-Ebene})\approx 46{,}69°$;
$\sphericalangle(g,x_2x_3\text{-Ebene})\approx 29{,}02°$

b) $E: 2x_1+3x_2+2x_3=25$; $D_1(\frac{25}{2}|0|0)$, $D_2(0|\frac{25}{3}|0)$, $D_3(0|0|\frac{25}{2})$;
s_{12}: $2x_1+3x_2=25$; s_{13}: $2x_1+2x_3=0$; s_{23}: $3x_2+2x_3=25$

c) Fig.172

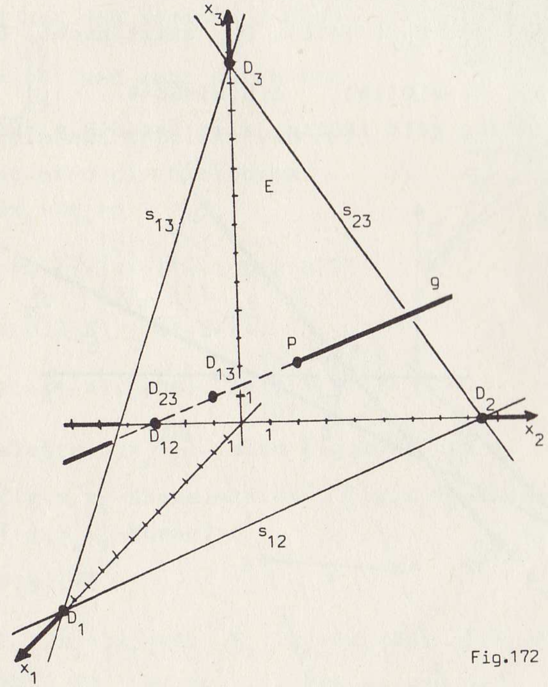

Fig.172

S.259 4 a) $D^g_{12}(7|2|0)$, $D^g_{13}(\frac{25}{3}|0|-\frac{2}{3})$, $D^g_{23}(0|\frac{25}{2}|\frac{7}{2})$;
$D^h_{12}(12|3|0)$, $D^h_{13}(21|0|-\frac{9}{2})$, $D^h_{23}(0|7|6)$;

b) Die Parameterwerte r,s von G,H ergeben sich daraus, daß
$\left[\begin{pmatrix}3\\8\\2\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}-2\\3\\1\end{pmatrix}\right]-\left[\begin{pmatrix}12\\3\\0\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}6\\-2\\-3\end{pmatrix}\right]$ orthogonal zu $\begin{pmatrix}-2\\3\\1\end{pmatrix}$ und zu $\begin{pmatrix}6\\-2\\-3\end{pmatrix}$
sein muß. Man erhält das LGS $\begin{cases}2r+3s=-5\\3r+7s=-10\end{cases}$ mit der Lösung
r=-1, s=-1 und damit G(5|5|1), H(6|5|3). Wegen $d(g,h)=\overline{GH}$ $=\sqrt{5}\neq 0$ ergeben sich g und h als windschief.

c) Fig.173

S.260 5 a) E_1 : $\vec{x}=\begin{pmatrix}9\\0\\0\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}-2\\2\\1\end{pmatrix}$ bzw. $2x_1+x_2+2x_3=18$;

E_2 : $\vec{x}=\begin{pmatrix}12\\0\\0\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}-9\\4\\4\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}-8\\4\\3\end{pmatrix}$ bzw. $4x_1+5x_2+4x_3=48$