

Lösung Übung 1

1.1. geg.: $f_t(x) = \frac{5}{2} (e^{\frac{1}{t}x} + e^{-\frac{1}{t}x}) ; t > 0$

(1)

ges.: Begründen, dass f_t keine Nullf. hat

Lös.: $0 = \frac{5}{2} (e^{\frac{1}{t}x} + e^{-\frac{1}{t}x}) \quad | : \frac{5}{2}$

$0 \neq e^{\frac{1}{t}x} + e^{-\frac{1}{t}x} ; \text{ da } e^z > 0 \rightarrow \text{keine Nullf.}$
 $\forall z \in \mathbb{R} \quad \checkmark$

ges.: $f_t'(x)$

Lös.: $f_t'(x) = \frac{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{t} e^{\frac{1}{t}x} - \frac{1}{t} e^{-\frac{1}{t}x} \right) = \frac{5}{2t} (e^{\frac{1}{t}x} - e^{-\frac{1}{t}x}) \checkmark$

ges.: von t beeinflusste Eigenschaft:
 - Steigung / Steilheit des Graphen $\checkmark$

(5)

ges.: von t nicht beeinflusste Eigenschaft $\checkmark$
 - y-Achsen-Schnittpunkt bei $P_y(0 | 5)$

1.2. geg.: $f_{30}(x) = 2,5 \cdot (e^{\frac{1}{30}x} + e^{-\frac{1}{30}x}) \quad 1 \text{ LE} = 1 \text{ m}$

$A(-200 | 23,34) ; E(80 | 7,11) \checkmark$

ges.: Höhenunterschied AE

Lös.: $y_A - y_E = 16,23 \text{ m} \checkmark$

ges.: $y_{\min}$ (Höhe des tiefsten Punktes über 0)

Lös.: $y_{\min} = 5 \text{ m} \checkmark \quad (\text{GTR, GRAPH, MIN})$

ges.: Gefälle in A $\rightarrow f_{30}'(-200)$

Lös.: GTR; RUN $f_{30}'(-200) = -0,25 = -\frac{1}{4} \text{ m} \quad (25,3\%)$

(5)

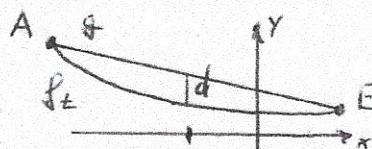
1.3. geg.: nicht straff: $l \approx 281,4 \text{ m} = \int_{-200}^{80} \sqrt{1 + (f_{30}'(x))^2} dx \checkmark$

ges.: straff $\rightarrow |AE|$

Lös.: Prop. Abst. Punkt: $|AE| = \sqrt{(80+200)^2 + (7,11-23,34)^2} = 280,5 \text{ m} \checkmark$

Länge reduziert sich um $0,9 \text{ m} \checkmark$

ges.: $d_{\max} \rightarrow \text{Max}$



NR: g: $y = mx + n$
 $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{16,23 \text{ m}}{280 \text{ m}}$
 $m \approx -0,058 \checkmark$

Lös.: $d = g - f = -0,058x + 4,75 - f_{30}(x) \checkmark$

$\rightarrow \text{GTR fnd, Max: } x = -82,1$

$\rightarrow d \approx 9,3 \text{ m} \checkmark$

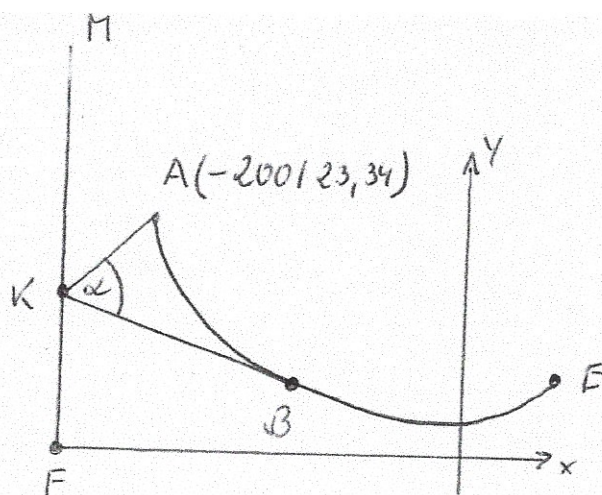
$\rightarrow g: y = -0,058x + 4$

$E \rightarrow g: 7,11 = -0,058 \cdot 80 + n$

$\rightarrow n = 11,75 \rightarrow g: y = -0,058x + 11,75 \checkmark$

(7)

1.4.



geg.: $F(-220 | 0)$

$K(-220 | 15)$

$B(-80,6 | 7,14)$

$\overline{KA} = 21,67$

$\overline{KB} = 139,62$

$\overline{AC} = 120,49$

(2)

ges. Nachweis für B - Zeigen Sie!

lös. ① von K aus wird Tangente an $f_{90}(x)$ gelegt
 oder ② die Tangente in B schneidet M in K

② $\rightarrow y = mx + n$
 $m = f'_{90}(-80,6) = -0,0567 \checkmark \text{ (GTR)}$

$\nearrow$ Tang: $y = -0,0567x + n$

$B \rightarrow 7,14 = -0,0567 \cdot (-80,6) + n \rightarrow n \approx 2,57$

$\nearrow$ Tang: $y = -0,0567x + 2,57 \checkmark$

Falls B der Berührungspunkt ist, muss die Tangente durch K laufen:

$K \rightarrow 15 = -0,0567 \cdot (-220) + 2,57$

$15 = 15,044 \text{ W.z.z.W.} \checkmark$

oder ① $\rightarrow y = mx + n$; $f'_{90}(x) = \frac{1}{36} \left(e^{\frac{1}{50}x} - e^{-\frac{1}{50}x} \right)$

$\rightarrow y = f'_{90}(x_B) \cdot x + n$

$K \rightarrow 15 = f'_{90}(x_B) \cdot (-220) + n \rightarrow n = 15 + 220 f'_{90}(x_B)$

$\rightarrow y = f'_{90}(x_B) x + 15 + 220 f'_{90}(x_B) \checkmark$

$B \rightarrow 2,5 \cdot \left(e^{\frac{1}{50}x_B} + e^{-\frac{1}{50}x_B} \right) = f'_{90}(x_B) \cdot x_B + 15 + 220 f'_{90}(x_B) \checkmark$

$\hookrightarrow$ Gleichung in TR eingeben und lösen, falls $x_B = -80,6$ ist, ist der Nachweis für B erfolgt

GTR SOLVE $(2,5(\dots) - f'_{90}(x_B)x_B - 15 - 220 f'_{90}(x_B), x_B$

GRAPH: Y1 Y2
 $\hookrightarrow$ mit GTR: 32KB nicht lösbar $\rightarrow$ J+K-Error! $\checkmark$

zu 1.4. ges.: α

Lös.: α als Winkel zwischen 2 Geraden

$$\tan \alpha = \left| \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 \cdot m_2} \right|$$

m_1 Steigung der Tangente am B)

$$m_1 = -0,0567 \quad (\rightarrow \text{oben})$$

m_2 Steigung der Geraden g(K,A)

$$m_2 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_A - y_K}{x_A - x_K} = \frac{23,34 - 15}{-200 - (-220)} = 0,417 \checkmark$$

$$\tan \alpha = \left| \frac{0,417 + 0,0567}{1 + (-0,0567) \cdot 0,417} \right| = 0,485 \rightarrow \alpha \approx 26^\circ \checkmark$$

1.5. X - Belastbarkeit in $N(\mu, \sigma)$ -verteilung

mit $\mu = 100 \text{ kg} + m_s$; $\sigma = 20 \text{ kg}$

$$P(X < 100 \text{ kg}) \leq 0,0001$$

ges.: m_s

$$P(X < 100) = \int_{-\infty}^c \phi(x) dx \leq 0,0001$$

$$\text{NR: } C = \frac{100 - (100 + m_s)}{20} = -\frac{m_s}{20} \checkmark$$

$$\rightarrow \Phi\left(-\frac{m_s}{20}\right) \leq 0,0001$$

$$1 - \Phi\left(\frac{m_s}{20}\right) \geq 0,0001$$

$$\Phi\left(\frac{m_s}{20}\right) \geq 0,9999$$

$$\frac{m_s}{20} \geq 3,62$$

$$m_s = 72,4 \text{ kg}$$

CP
GTR

$$P(X < 100) = \int_{-\infty}^c \phi(x) dx \leq 0,0001$$

$$\text{OPTIM, CALC, fct: } \int(Y20, -4, -\frac{m_s}{20}) ; m_s \approx 73 \text{ kg} \checkmark$$

⑥

②

entfallen

Ableser unklar!

mit Roboter

Lösung Übung 2

4

1.1. geg.: $A(-22, 10 | 26, 20)$; $C(14, 90 | 0, 22)$; B ; $l = 1m$

$$f(x) = 6,51 e^{-0,16x} - 0,40 \text{ für Abschnitt II}$$

ges.: $f'(x) < 0$ für $x \in \mathbb{R}$ Nachweis!

lös.: $f'(x) = \underbrace{-0,16 \cdot 6,51}_{<0} \cdot \underbrace{e^{-0,16x}}_{>0} \rightarrow \underline{\underline{f'(x) < 0 \text{ w.z.z.w.}}}$

ges.: Übergang ohne Knick von II nach III,

d.h. $f'(x)$ bei $x = 14,90$ müsste 0 sein und $f(x) = 0,22$

lös.: $f'(14,90) = -1,0416 \cdot e^{-0,16 \cdot 14,90} \approx -0,096 \neq 0 \quad \checkmark$
 $f(14,90) = 0,20 \quad \checkmark$

1.2. geg.: Abschnitt I: lin. Fkt. g , Aufw. wege (1):

ges.: $g: y = g(x) = -x + 4,10$ ist nachzuweisen

lös.: Laut Vorgabe hat die lin. Fkt. den Anstiegswinkel 45° , monoton fallend $\wedge m = -1$

Gerade g enthält den Punkt A: $\left. \begin{array}{l} 26,20 = -(-22,10) + 4,10 \\ 26,20 = 26,20 \end{array} \right\} \rightarrow \underline{\underline{\text{Fkt. ist richtig}}}$

ges.: Übergang I in II knickfrei bedeutet

$$f'(x) = g'(x) \text{ am Punkt B und}$$

mindestens $f(x) = g(x)$ am Punkt B

lös.: Finden des gemeinsamen Punktes B:

$$f(x) = g(x)$$

$$6,51 e^{-0,16x} - 0,40 = -x + 4,10$$

CP: E: Gleichung

V: SOLVE

A: Keine Lösung

/V: Menü Grafik

A: Keinen Schnittpunkt

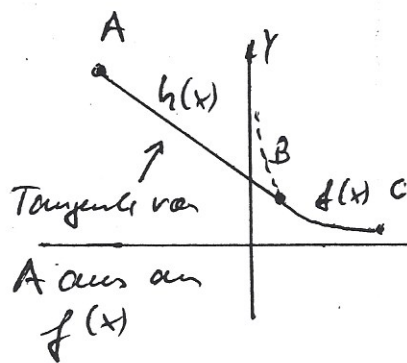
$\rightarrow$ kein Übergang möglich, da kein Schnittpunkt

1.3. geg.: $A(-22, 10/26, 20)$; $f(x)$

ges.: Gerade h , deren Graph den Tangential überlagert
ermöglicht.

Lös: $h(x) = f(x)$ in B und

$$h'(x) = f'(x) \text{ in } B(x_B | f(x_B))$$



Tang. $y = mx + n$

$$m = f'(x_B)$$

$$m = -0,16x_B$$

$$m = -1,0416 \cdot e$$

halbfeleige Tang.-gl.

$$y = -1,0416 \cdot e^{-0,16x_B} x + n$$

$$A \rightarrow 26,20 = -1,0416 e^{-0,16x_B} \cdot (-22,10) + n$$

$$\rightarrow n = 26,20 - 23,02 e^{-0,16x_B}$$

$$\rightarrow \text{Tangl.-gl.: } y = -1,0416 \cdot e^{-0,16x_B} x + 26,20 - 23,02 e^{-0,16x_B}$$

$$B \rightarrow 6,51 e^{-0,16x_B} - 0,4 = -1,0416 e^{-0,16x_B} \cdot x_B + 26,20 - 23,02 e^{-0,16x_B}$$

CP: E: $\uparrow$

V: SOLVE

$$A: \underline{x_B = 0,83}$$

$$\rightarrow m = -1,0416 e^{-0,16 \cdot 0,83}$$

$$m = -0,912$$

$$\rightarrow n = 26,2 - 23,02 e^{-0,16 \cdot 0,83}$$

$$n = 6,04$$

$$\rightarrow \underline{y = -0,912x + 6,04}$$

1.4. geg.: $B(1,0|3,1)$

(6)

$$w(x) = -3,016 \cdot 10^{-3} x^3 + 0,108 x^2 - 1,207 x + 4,202$$

ges.: $w(x)$ erfüllt die Bedingungen (1), (2), (3) $\rightarrow$ Nachweis

Lös.: Bed. (1): $w'(x_B) = -1$

Bed. (2): $w'(x_C) = 0$ und Bed. (1) gilt

Bed. (3): $w(x_C) = 0,22$ und Bed. (2)

$$w'(x) = -9,048 \cdot 10^{-3} x^2 + 0,216 x - 1,207$$

$$w'(1) \approx -1 \quad \text{wahr}$$

$$w'(14,9) \approx 0 \quad (2,16 \cdot 10^{-3}) \quad \text{wahr}$$

$$w(14,9) = 0,218 \approx 0,22 \quad \text{wahr} \quad \text{w.z.z.w.}$$

geg.: $f(x) = 6,51 e^{-0,16x} - 0,40$

$w(x) \rightarrow$

ges.: größte Differenz der Fkt.-werte $d(u) \rightarrow \text{Max}$

Lös.: $d(u) = |f(u) - w(u)|$

CP: E: Definiere f_u , Definiere w_u

V: obere Funktion in Intervall sichern $\rightarrow f_u$

$\wedge \quad d(u) = f(u) - w(u)$

in Grafik-Menu zeichnen lassen

$\wedge$ Analyse - Graph, Lösung - Maximum

A: $u_{\max} \approx 2,93 \wedge \underline{\underline{d(u) \approx 2,16}}$

ges.: Länge Profillinie im Abschnitt II

Lös.: Bogenlänge:

$$L = \int_1^{14,90} \sqrt{1 + [w'(x)]^2} \, dx = \underline{\underline{14,79 \, \text{m}}}$$