10. Prüfungskomplex - Mathe-Leistungskurs 2017/18; Winkelfunktionen -Lösungen

2)

	$f(x) = 3 \sin(2x)$	$f(x) = -\cos(\pi x)$	$f(x) = 2 \sin(4x+2)$
f '(x) =	$6 \cos(2x)$	$\pi \sin(\pi x)$	$8 \cos(4x+2)$
f "(x)	$-12 \sin(2x)$	$\pi^2 \cos(\pi x)$	$-32 \sin(4x+2)$
DB =	$\{x \mid x \in R\}$	$\{x \mid x \in R\}$	$\{x \mid x \in R\}$
WB =	$\{y \mid y \in R, -3 \le y \le 3\}$	$\{y \mid y \in R, -1 \le y \le 1\}$	$\{y \mid y \in R, -2 \le y \le 2\}$
$p = \frac{2\pi}{\lvert b\rvert}$	$p = \pi$	$p = 2$	$p = \frac{1}{2}\pi$
Einfluss der Parameter	Streckung in y-Richtung Stauchung in x-Richtung	Keine Streckung in y-Richtung Stauchung in x-Richtung Spiegelung an der x-Achse	Streckung in y-Richtung Stauchung in x-Richtung Verschiebung um 0,5 in x-Richtung nach links

3) zB. a) $f(x) = 3 \sin(2x)$ b) $f(x) = -\cos(x+1)$

4) a) $p = \frac{2\pi}{2} = \pi$ → $[0 ; \pi]$ Nst.: $0 = -2 \sin(2x)$

$0 = \sin(2x)$ (Nst. der sin- Funktion bei $k^* \pi$)

$k * \pi = 2x$ $(k \in Z)$

$k * \frac{\pi}{2} = x$ → $x_1 = 0$; $x_2 = \frac{\pi}{2}$; $x_3 = \pi$

Extrempunkte : $f'(x) = -4 \cos(2x) = 0$ n.B.

$\cos(2x) = 0$ (Nullst. Der cos-Funktion bei $(2k+1)* \frac{\pi}{2}$)

$2x = (2k+1)* \frac{\pi}{2}$

$x = (2k+1)* \frac{\pi}{4}$ → $x_{E1} = \frac{\pi}{4}$; $x_E2 = \frac{3\pi}{4}$

$f''(x) = 8 \sin(2x)$

$f''(\frac{\pi}{4}) = 8 \sin(\frac{\pi}{2}) = 8 > 0$ → lok. Min. $T(\frac{\pi}{4} ; -2)$

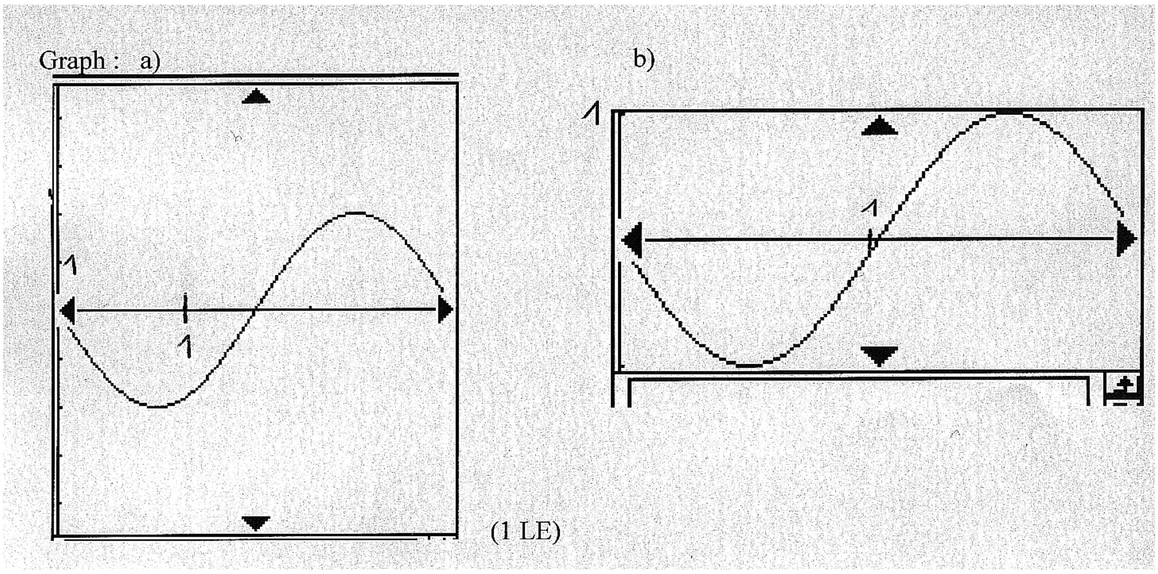
$f''(\frac{3\pi}{4}) = -8 < 0$ → lok. Max. $H(\frac{3\pi}{4} ; 2)$

Wendepunkte : n. B. $f''(x) = 8 \sin(2x) = 0$ h. B $f'''(x) = -16 \cos(2x)$

$x = k* \frac{\pi}{2}$ $f'''(0) = -16$, $f'''(\frac{\pi}{2}) = 16 \neq 0$

→ $x_W = 0 ; \frac{\pi}{2} ; \pi$ $f'''(\pi) = -16$

→ $W_1(0 ; 0)$; $W_2(\frac{\pi}{2} ; 0)$, $W_3(\pi ; 0)$



b) $p = \frac{2\pi}{3}$ → $[0 ; \frac{2\pi}{3}]$; Nst. $0 = \sin(3x-\pi)$

$$x = \frac{1}{3}(k\pi - \pi) \rightarrow x_N = 0 ; \frac{\pi}{3} ; \frac{2\pi}{3}$$

Extrempunkte : $f'(x) = 3\cos(3x-\pi) = 0$ n.B.

$$x = \frac{\pi}{6}(2k+1) - \frac{\pi}{3} \rightarrow x_E = \frac{\pi}{6} ; \frac{\pi}{2}$$

h. B. $f''(x) = -9\sin(3x-\pi)$

$f''(\frac{\pi}{6}) = 9 > 0$ → lok. Min. $T(\frac{\pi}{6}; -1)$

$f''(\frac{\pi}{2}) = -9 < 0$ → lok. Max. $H(\frac{\pi}{2}; 1)$

Wendepunkte : n. B. $f''(x) = -9\sin(3x-\pi) = 0$ Wendestellen und Nullstellen stimmen Überein

h. B. $f'''(x) = -27\cos(3x-\pi)$

$f'''(0) = 27 ; f'''(\frac{\pi}{3}) = -27 ; f'''(\frac{2\pi}{3}) = 27 \quad \neq =$

→ $W_1(0; 0)$; $W_2(\frac{\pi}{3}; 0)$ $W_3(\frac{2\pi}{3}; 0)$

5) a) $f_2(x) = 3\cos(2x)$; Nst. $0 = 3\cos(2x)$ $p = \pi$

$$2x = (2k+1) * \frac{\pi}{2}$$

$$x_N = (2k+1) * \frac{\pi}{4}$$

Extremstellen : n. B. $f'(x) = -6\sin(2x) = 0$

$$2x = k\pi$$

$$x_E = k * \frac{\pi}{2}$$

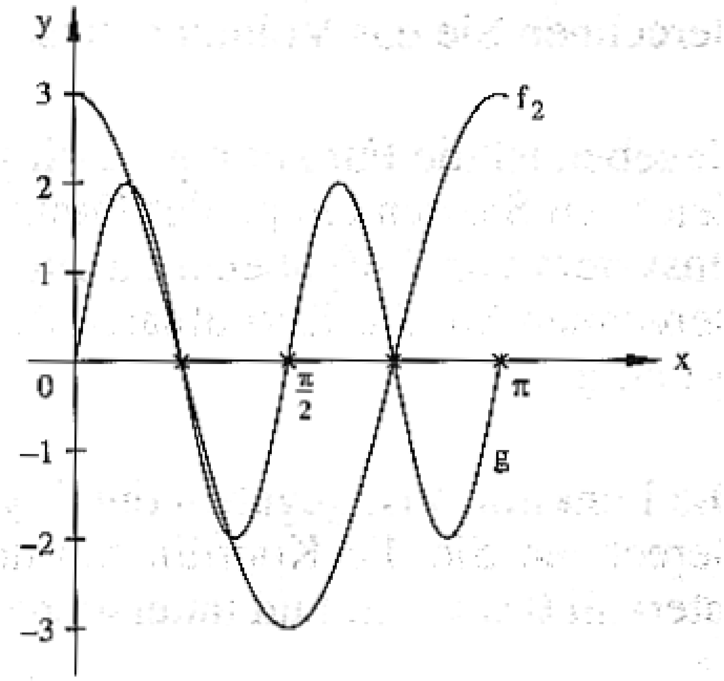
h. B. $f''(x) = -12\cos(2x)$

$f''(k * \frac{\pi}{2}) = -12 * \cos(k\pi)$;

Fallunterscheidung : wenn k gerade, also 2k ergibt dies –12 → lok. Max.→ $H(k\pi; 3)$

wenn k ungerade, also 2k+1 folgt +12 → lok. Min. → $T((2k+1)\frac{\pi}{2}; -3)$

Graph :



Tangente in P ($\frac{\pi}{4}$; 0) : t: y = mx + n ; m = f´($\frac{\pi}{4}$) = -6

$0 = -6\,\frac{\pi}{4} + n$; $n = \frac{3\pi}{2}$

→ t : $y = -6x + \frac{3\pi}{2}$

b) ges. $A_t = \int_0^{\frac{\pi}{2t}} \frac{t^2+2}{2} \cos(tx)\,dx = \frac{t}{2} + \frac{1}{t}$ (TR, Main , Berechnung, $\int$)

ges. t für minimale Fläche

Zielfunktion : $A(t) = \frac{t}{2} + \frac{1}{t}$; hier lässt der Operator auch die reine TR- Lösung zu

TR, Grafik, Minimum

$t = \sqrt{2}$

ges Volumen von A_2 : $V = \pi * \int_0^{\frac{\pi}{4}} [\,3\cos(2x)]^2\,dx = \frac{9}{8}\pi^2$ VE ; (TR, Main)

c) S ist gemeinsamer Punkt, wenn die Koordinaten von S beide Gleichungen erfüllen:

$g(\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}) = 2\sin(\pi + 2k\pi) = 0$ (Nullstellen der Sinusfunktion bei allen Vielfachen von π)

$f_2(\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}) = 3\cos(\frac{\pi}{2} + k\pi) = 0$ (Nullstellen der Kosinusfunktion)