



11. Prüfungskomplex - Mathe-Leistungskurs 2019/20;

Winkelfunktionen

Abgabetermin
09.03.2020

1) Wiederholen Sie folgende Eigenschaften der trigonometrischen Funktionen $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$ und $f(x) = \tan x$: Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Periodizität und Symmetrie!

2) (Nutzung des CAS nur zur Kontrolle!)

Bestimmen Sie die ersten zwei Ableitungen der folgenden Funktionen. Geben Sie jeweils auch den Definitionsbereich und Wertebereich sowie die kleinste Periode p von f an!

Wiederholen Sie dazu den Einfluss der Parameter a , b und c auf den

Verlauf des Graphen einer Funktion $f(x) = a \sin(bx + c)$ bzw. $f(x) = a \cos(bx + c)$!

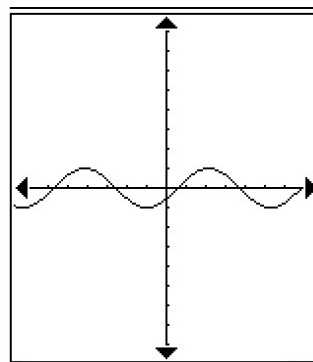
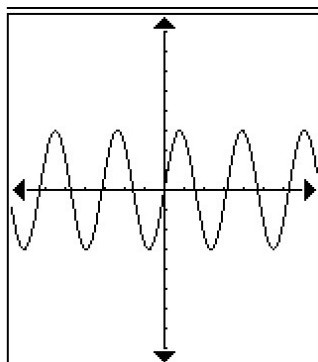
a) $f(x) = 3 \sin(2x)$ b) $f(x) = -\cos(\pi x)$ c) $f(x) = 2 \sin(4x + 2)$

3) Ermitteln Sie aus dem Graphen von f eine Funktionsgleichung der Form

a) $f(x) = a \sin(bx)$

b) $f(x) = a \cos(x + c)$

(1 LE = 1)



4) Bestimmen Sie von folgenden Funktionen im Periodenintervall $[0; p]$ rechnerisch die Nullstellen, Extrem- und Wendepunkte! Skizzieren Sie f jeweils!

a) $f(x) = -2 \sin(2x)$ b) $f(x) = \sin(3x - \pi)$

5) Gegeben sind die Funktionen $f_t(x)$ durch $y = f_t(x) = \frac{t^2 + 2}{2} \cdot \cos(tx)$; ($t \in \mathbb{R}^+$; $x \in \mathbb{R}$)

a) Ermitteln Sie von f_2 rechnerisch die Nullstellen, die kleinste Periode und die Extrempunkte sowie die Art der Extrema!

Zeichnen Sie f_2 im Intervall $0 \leq x \leq \pi$.

Bestimmen Sie rechnerisch eine Gleichung der Tangenten an f_2 im Punkt $P(\frac{\pi}{4}; f_2(\frac{\pi}{4}))$.

b) Für jedes t begrenzen die Koordinatenachsen und der Graph von f_t im Intervall

$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2t}$ eine Fläche A_t vollständig. Ermitteln Sie A_t .

Für welchen Wert t wird diese Fläche minimal?

Die Fläche A_2 erzeugt bei Rotation um die x -Achse einen Rotationskörper. Bestimmen Sie sein Volumen.

c) Gegeben sei außerdem die Funktion $g(x) = 2 \sin(4x)$.

Weisen Sie nach, dass sich f_2 und g im Punkt $S(\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; 0)$ mit $k \in \mathbb{Z}$ schneiden.