



## 10. Prüfungskomplex - Mathe-Leistungskurs 2017/18;

### Winkelfunktionen

Abgabetermin  
29.01.2018

1) Wiederholen Sie folgende Eigenschaften der trigonometrischen Funktionen  $f(x) = \sin x$ ,  $f(x) = \cos x$  und  $f(x) = \tan x$ : Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Periodizität und Symmetrie!

2) (Nutzung des CAS nur zur Kontrolle!)

Bestimmen Sie die ersten zwei Ableitungen der folgenden Funktionen. Geben Sie jeweils auch den Definitionsbereich und Wertebereich sowie die kleinste Periode  $p$  von  $f$  an!

Wiederholen Sie dazu den Einfluss der Parameter  $a$ ,  $b$  und  $c$  auf den

Verlauf des Graphen einer Funktion  $f(x) = a \sin(bx + c)$  bzw.  $f(x) = a \cos(bx + c)$ !

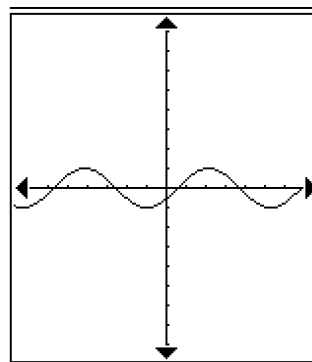
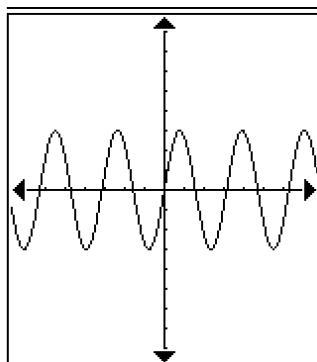
a)  $f(x) = 3 \sin(2x)$    b)  $f(x) = -\cos(\pi x)$    c)  $f(x) = 2 \sin(4x + 2)$

3) Ermitteln Sie aus dem Graphen von  $f$  eine Funktionsgleichung der Form

a)  $f(x) = a \sin(bx)$

b)  $f(x) = a \cos(x + c)$

(1 LE = 1)



4) Bestimmen Sie von folgenden Funktionen im Periodenintervall  $[0; p]$  rechnerisch die Nullstellen, Extrem- und Wendepunkte! Skizzieren Sie  $f$  jeweils!

a)  $f(x) = -2 \sin(2x)$    b)  $f(x) = \sin(3x - \pi)$

5) Gegeben sind die Funktionen  $f_t(x)$  durch  $y = f_t(x) = \frac{t^2 + 2}{2} \cdot \cos(tx)$ ; ( $t \in \mathbb{R}^+$ ;  $x \in \mathbb{R}$ )

a) Ermitteln Sie von  $f_2$  rechnerisch die Nullstellen, die kleinste Periode und die Extrempunkte sowie die Art der Extrema!

Zeichnen Sie  $f_2$  im Intervall  $0 \leq x \leq \pi$ .

Bestimmen Sie rechnerisch eine Gleichung der Tangenten an  $f_2$  im Punkt  $P(\frac{\pi}{4}; f_2(\frac{\pi}{4}))$ .

b) Für jedes  $t$  begrenzen die Koordinatenachsen und der Graph von  $f_t$  im Intervall

$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2t}$  eine Fläche  $A_t$  vollständig. Ermitteln Sie  $A_t$ .

Für welchen Wert  $t$  wird diese Fläche minimal?

Die Fläche  $A_2$  erzeugt bei Rotation um die  $x$ -Achse einen Rotationskörper. Bestimmen Sie sein Volumen.

c) Gegeben sei außerdem die Funktion  $g(x) = 2 \sin(4x)$ .

Weisen Sie nach, dass sich  $f_2$  und  $g$  im Punkt  $S(\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; 0)$  mit  $k \in \mathbb{Z}$  schneiden.