



9. Prüfungskomplex - Mathe-Leistungskurs 2017/18;
Matrizen/ Analytische Geometrie II

Abgabe: 15.01.18

1. Aufgabe

Wiederholen Sie:

- Begriff Matrix (Typ, Elemente, quadratische Matrix, Einheitsmatrix, transponierte Matrix)
- inverse Matrix (Lehrplan ist hier unpräzise, äußert sich zu diesem Begriff nicht explizit, kann in einer Prüfung vielleicht auftreten, haben wir als Gauß-Jordan-Algorithmus bei einer Blockmatrix gesehen)
- Rechnen mit Matrizen (Addition, Multiplikation mit reeller Zahl, Multiplikation verketteter Matrizen)
- Lösen linearer Gleichungssysteme mit dem Gauß-Jordan-Verfahren

2. Aufgabe

Kreuzen Sie die richtige Antwort an

a) Die inverse Matrix zu $A = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ist Matrix ... ?

| | | | |
|---|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0,25 & 2 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,25 & -2 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,25 & 2 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,25 & -5 \end{pmatrix}$ |

b) Berechnen Sie $A \cdot B$. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

| | | | |
|---|--|--|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| $\begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 13 & 7 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 8 & 8 & 0 \\ 13 & 7 & 12 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} -8 & -8 & 0 \\ 13 & 7 & 12 \end{pmatrix}$ | Berechnung nicht möglich |

c) Berechnen Sie $(A + B) \cdot C$. $A = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1,5 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

| | | | |
|---|---|--|--|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| $\begin{pmatrix} 6 \\ 34 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 34 \\ 6 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 6 & 34 \\ 34 & 6 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 34 & 6 \\ 6 & 34 \end{pmatrix}$ |



3. Aufgabe

Drei Werke der Firma AUTOBAUER werden täglich von 4 Zulieferfahrzeugen angefahren, die dort ihre Auto-Baugruppen abliefern. Die Tageslieferung wird in folgender Matrix A erfasst.

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 18 & 11 & 18 \\ 13 & 10 & 17 & 15 \\ 19 & 12 & 19 & 10 \end{pmatrix}$$

Geben Sie in einer Matrix W die Baugruppenmengen an, die in einer Woche bezogen wurden.

$$W = 7A = \left(\begin{array}{cccc} & & & \end{array} \right)$$

4. Aufgabe

Sie kaufen für eine Gartenparty ein: 40 Grillwürste, 50 Brötchen, 2 Fl. Ketchup, 2 Gläser Senf, 20 Liter Wasser, 15 Liter Cola. Die Preise der Waren pro Stück bzw. pro Liter lauten in gleicher Reihenfolge: 1,20 € / 0,20 € / 1,20 € / 0,99 € / 0,50 € / 1,20 €. Berechnen Sie den Einkaufspreis mittels Skalarprodukt.

5. Aufgabe (Einstufige Produktionsprozesse - Betriebsabläufe, Kostenrechnungen,...)

Eine Firma stellt vier Endprodukte E1 bis E4 her. Pro Endprodukt werden drei Rohstoffe R1 bis R3 verwendet, und zwar in Mengen, die in Tab. 1 angegeben sind (1 = 1 Mengeneinheit). Die Firma bekommt einen Auftrag über die Mengen aus Tab. 2.

| Tab.1 | E1 | E2 | E3 | E4 |
|-------|----|----|----|----|
| R1 | 5 | 5 | 3 | 8 |
| R2 | 5 | 1 | 3 | 1 |
| R3 | 7 | 3 | 6 | 4 |

| Tab.2 | E1 | E2 | E3 | E4 |
|--------|----|----|----|----|
| Anzahl | 30 | 20 | 35 | 45 |

Frage 1:

Welche Mengen an Rohstoffen R1 bis R3 werden für den Auftrag benötigt?

Frage 2:

Wie hoch sind die Rohstoffkosten je ME der Endprodukte, wenn die Kosten in Tab.3 pro ME Rohstoff zugrunde gelegt werden?

| Tab.3 | R1 | R2 | R3 |
|------------------------------|----|----|----|
| Kosten in Geldeinheiten (GE) | 6 | 8 | 3 |

6. Aufgabe (Einstufige Verflechtung)

Eine Fabrik stellt aus drei Grundstoffen R1, R2 und R3 zwei Düngersorten D1 und D2 her. Abb. 1 zeigt den Bedarf je Tonne Dünger und die Kosten der Grundstoffe.

- Erstellen Sie die Matrix A(RE).
- Wie viele Tonnen der Rohstoffe werden für 100 t D1 und 200 t D2 gebraucht?
- Was kosten die Rohstoffe für je eine Tonne D1 und D2?
- Die Rohstoffpreise für R1 erhöhen sich um 5 %, die von R2 um 10 %, während die von R3 um 10 % fallen. Berechnen Sie die Änderungen der Rohstoffkosten je Tonne D1 und D2 in Prozent

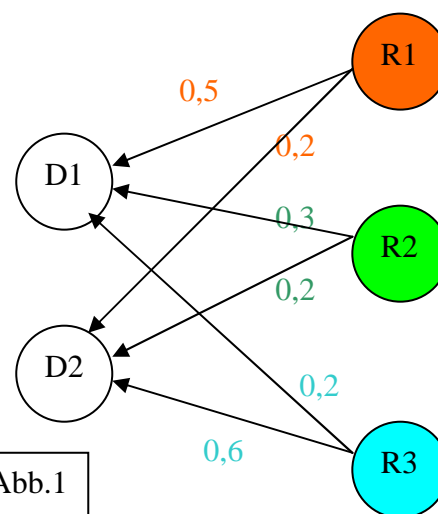


Abb.1

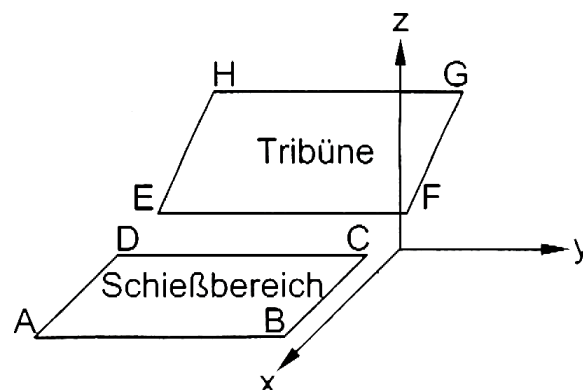
| Kosten für | R1 | R2 | R3 |
|------------|----|----|----|
| in € | 4 | 5 | 6 |



7. Aufgabe

In einem Wintersportgebiet soll eine neue Biathlonarena errichtet werden. Bezüglich eines kartesischen Koordinatensystems mit dem Koordinatenursprung O (1 Längeneinheit entspricht 50,00m) liegen folgende Planungen vor:

Die Eckpunkte A und C des rechteckigen Schießbereichs $ABCD$ in der Arena haben die Koordinaten $A(1,70 \mid -2,40 \mid 0,00)$ und $C(0,10 \mid -0,20 \mid 0,00)$. Die Begrenzungen des Schießbereichs verlaufen achsenparallel (siehe Abbildung). Die Athleten absolvieren ihre Schießeinlagen in positiver x -Richtung.



a) Im Schießbereich sollen 30 Schießbahnen mit einer Mindestbreite von je 2,75m und einer Länge von 50,00m eingerichtet werden.

Begründen Sie, dass der geplante Schießbereich dafür die notwendigen Voraussetzungen bietet.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

b) Die 5500 m² große rechteckige Zuschauertribüne EFGH befindet sich in einer Ebene, welche parallel zur y -Achse verläuft und um 30° zur x - y -Koordinatenebene geneigt ist. Die Punkte E und F besitzen die Koordinaten $E(-0,10 \mid -2,40 \mid 0,05)$ und $F(-0,10 \mid -0,20 \mid 0,05)$.

Ermitteln Sie die Koordinaten der Punkte G und H .

Erreichbare BE-Anzahl: 4

c) Die Profillinie des Geländes in der y - z -Koordinatenebene kann für $2,5 \leq y \leq 10,0$ näherungsweise durch den Graphen der Funktion f mit $z = f(y) = 0,5 + 0,2 \cdot \cos(1,5 - y) + 0,7 \ln(y - 2)$ ($y \in \mathbb{R}$) beschrieben werden. Die erste Ableitung der Funktion f ist durch $z' = f'(y) = 0,7/(y-2) - 0,2 \cdot \sin(y - 1,5)$ ($y \in \mathbb{R}$) gegeben.

Eine in der y - z -Koordinatenebene liegende Laufspur soll durch einen Teil des Graphen einer ganzrationalen Funktion g beschrieben werden. Folgende Bedingungen müssen dabei erfüllt sein:

Die Laufspur geht in einer Höhe von 30,00m über der x - y -Koordinatenebene tangential in die Profillinie des Geländes und im Koordinatenursprung tangential in die y -Achse über.

Begründen Sie, dass die Funktion g mindestens dritten Grades sein muss. Ermitteln Sie eine Gleichung der Funktion g .

Erreichbare BE-Anzahl: 4