9. Prüfungskomplex - Mathe-Leistungskurs 2018/19; Matrizen/ Analytische Geometrie II

Abgabe: 07.01.19

1. Aufgabe

Wiederholen Sie:

- Begriff Matrix (Typ, Elemente, quadratische Matrix, Einheitsmatrix, transponierte Matrix)
- inverse Matrix (Lehrplan ist hier unpräzise, äußert sich zu diesem Begriff nicht explizit, kann in einer Prüfung vielleicht auftreten, haben wir als Gauß-Jordan-Algorithmus bei einer Blockmatrix gesehen)
- Rechnen mit Matrizen (Addition, Multiplikation mit reeller Zahl, Multiplikation verketteter Matrizen)
- Lösen linearer Gleichungssysteme mit dem Gauß-Jordan-Verfahren

2. Aufgabe

Kreuzen Sie die richtige Antwort an

a) Die inverse Matrix zu A= $\begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ist Matrix … ?

☐	☐	☐	☐
$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0{,}25 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0{,}25 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0{,}25 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0{,}25 & -5 \end{pmatrix}$

b) Berechnen Sie $A \cdot B$. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

☐	☐	☐	☐
$\begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 13 & 7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 & 8 & 0 \\ 13 & 7 & 12 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -8 & -8 & 0 \\ 13 & 7 & 12 \end{pmatrix}$	Berechnung nicht möglich

c) Berechnen Sie $(A+B)\cdot C$. $A = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1{,}5 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

☐	☐	☐	☐
$\begin{pmatrix} 6 \\ 34 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 34 \\ 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 & 34 \\ 34 & 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 34 & 6 \\ 6 & 34 \end{pmatrix}$

3. Aufgabe

Drei Werke der Firma AUTOBAUER werden täglich von 4 Zulieferfahrzeugen angefahren, die dort ihre Auto-Baugruppen abliefern. Die Tageslieferung wird in folgender Matrix A erfasst.

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 18 & 11 & 18 \\ 13 & 10 & 17 & 15 \\ 19 & 12 & 19 & 10 \end{pmatrix}$$

Geben Sie in einer Matrix W die Baugruppenmengen an, die in einer Woche bezogen wurden.

$$W = 7A = \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad & \quad \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

4. Aufgabe

Sie kaufen für eine Gartenparty ein: 40 Grillwürste, 50 Brötchen, 2 Fl. Ketchup, 2 Gläser Senf, 20 Liter Wasser, 15 Liter Cola. Die Preise der Waren pro Stück bzw. pro Liter lauten in gleicher Reihenfolge: 1,20 € / 0,20 € / 1,20 € / 0,99 € / 0,50 € / 1,20 €. Berechnen Sie den Einkaufspreis mittels Skalarprodukt.

5. Aufgabe *(Einstufige Produktionsprozesse - Betriebsabläufe, Kostenrechnungen,...)*

Eine Firma stellt vier Endprodukte E1 bis E4 her. Pro Endprodukt werden drei Rohstoffe R1 bis R3 verwendet, und zwar in Mengen, die in Tab. 1 angegeben sind (1 = 1 Mengeneinheit). Die Firma bekommt einen Auftrag über die Mengen aus Tab. 2.

Tab.1	E1	E2	E3	E4
R1	5	5	3	8
R2	5	1	3	1
R3	7	3	6	4

Tab.2	E1	E2	E3	E4
Anzahl	30	20	35	45

<u>Frage 1:</u>
Welche Mengen an Rohstoffen R1 bis R3 werden für den Auftrag benötigt?

<u>Frage 2:</u>
Wie hoch sind die Rohstoffkosten je ME der Endprodukte, wenn die Kosten in Tab.3 pro ME Rohstoff zugrunde gelegt werden?

Tab.3	R1	R2	R3
Kosten in Geldeinheiten (GE)	6	8	3

6. Aufgabe *(Einstufige Verflechtung)*

Eine Fabrik stellt aus drei Grundstoffen R1, R2 und R3 zwei Düngersorten D1 und D2 her. Abb. 1 zeigt den Bedarf je Tonne Dünger und die Kosten der Grundstoffe.

a) Erstellen Sie die Matrix A(RE).
b) Wie viele Tonnen der Rohstoffe werden für 100 t D1 und 200 t D2 gebraucht?
c) Was kosten die Rohstoffe für je eine Tonne D1 und D2?
d) Die Rohstoffpreise für R1 erhöhen sich um 5 %, die von R2 um 10 %, während die von R3 um 10 % fallen. Berechnen Sie die Änderungen der Rohstoffkosten je Tonne D1 und D2 in Prozent

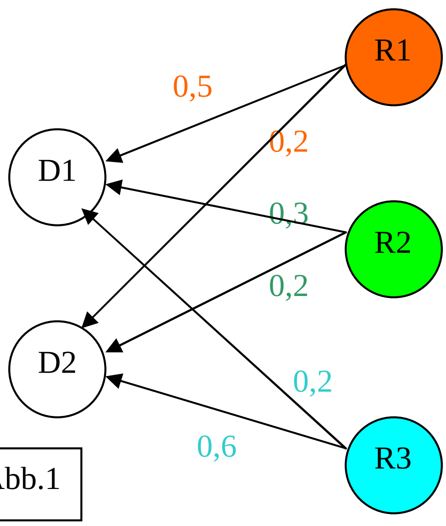
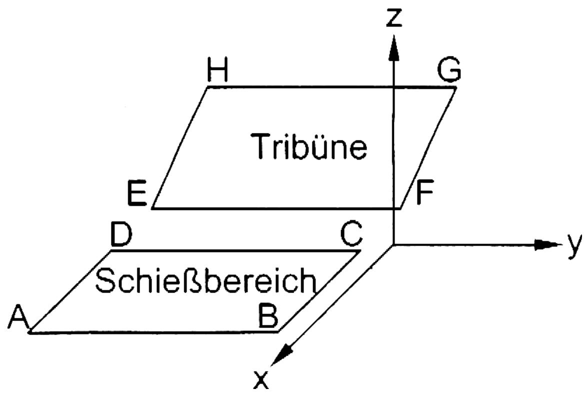


Abb.1

Kosten für	R1	R2	R3
in €	4	5	6

7. Aufgabe



In einem Wintersportgebiet soll eine neue Biathlonarena errichtet werden. Bezüglich eines kartesischen Koordinatensystems mit dem Koordinatenursprung O (1 Längeneinheit entspricht 50,00m) liegen folgende Planungen vor:
Die Eckpunkte A und C des rechteckigen Schießbereichs ABCD in der Arena haben die Koordinaten A(1,70 | -2,40 | 0,00) und C(0,10 | -0,20 | 0,00).
Die Begrenzungen des Schießbereichs verlaufen achsenparallel (siehe Abbildung). Die Athleten absolvieren ihre Schießeinlagen in positiver x-Richtung.

a) Im Schießbereich sollen 30 Schießbahnen mit einer Mindestbreite von je 2,75m und einer Länge von 50,00m eingerichtet werden.
Begründen Sie, dass der geplante Schießbereich dafür die notwendigen Voraussetzungen bietet.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

b) Die 5500 m² große rechteckige Zuschauertribune EFGH befindet sich in einer Ebene, welche parallel zur y-Achse verläuft und um 30° zur x-y-Koordinatenebene geneigt ist. Die Punkte E und F besitzen die Koordinaten E(-0,10 | -2,40 | 0,05) und F(-0,10 | -0,20 | 0,05).
Ermitteln Sie die Koordinaten der Punkte G und H. Erreichbare BE-Anzahl: 4

c) Die Profillinie des Geländes in der y-z-Koordinatenebene kann für $2{,}5 \le y \le 10{,}0$ näherungsweise durch den Graphen der Funktion f mit $z = f(y) = 0{,}5 + 0{,}2 \cdot \cos(1{,}5 - y) + 0{,}7 \ln(y - 2)$ $(y \in \mathbb{R})$ beschrieben werden. Die erste Ableitung der Funktion f ist durch
$z' = f'(y) = 0{,}7/(y-2) - 0{,}2 \cdot \sin(y - 1{,}5)$ $(y \in \mathbb{R})$ gegeben.

Eine in der y-z-Koordinatenebene liegende Laufspur soll durch einen Teil des Graphen einer ganzrationalen Funktion g beschrieben werden. Folgende Bedingungen müssen dabei erfüllt sein:
Die Laufspur geht in einer Höhe von 30,00m über der x-y-Koordinatenebene tangential in die Profillinie des Geländes und im Koordinatenursprung tangential in die y-Achse über.
Begründen Sie, dass die Funktion g mindestens dritten Grades sein muss. Ermitteln Sie eine Gleichung der Funktion g. Erreichbare BE-Anzahl: 4