



4. Prüfungskomplex - Mathematik Schuljahr 2017/18

Tangenten, Sekanten, Normalen

Abgabetermin:
01.11.2017

- Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^3 - 2x + 1$.
 - Welchen Anstieg hat die Tangente an den Graph von f im Punkt $P(-2 | f(-2))$?
 - Geben Sie eine Gleichung der Tangente an!
 - Ermitteln Sie die Schnittpunkte der Tangente mit den Koordinatenachsen!
 - Welchen Winkel bildet die Tangente mit der positiven x -Achse?
 - An welcher Stelle hat f den Anstieg 4?
- Gegeben sei die Funktion $f(x) = 1/x$.
 - Berechnen Sie den Anstieg der Sekante s des Graphen von f durch die Punkte $P_1(0,25 | f(0,25))$ und $P_2(4 | f(4))$!
 - Bestimmen Sie diejenigen Punkte $P_i (i=3,4,\dots)$ des Graphen von f , in denen der Tangentenanstieg mit dem Sekantenanstieg von s übereinstimmt!
 - Geben Sie für die Punkte P_i jeweils eine Tangentengleichung an!
- Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente und der Normalen im Punkt $P_0(2,25 | f(2,25))$ für die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = \frac{1}{x} - \sqrt{x} + 1$.
- Berechnen Sie die von $0(0|0)$ verschiedenen Schnittpunkte S_1 und S_2 des Schaubildes von $f(x) = x^3 - 2x$ mit der Normalen in $0(0|0)$.
 - Zeigen Sie: Die Tangenten in S_1 und S_2 sind parallel!
- Zeichnen Sie die Funktionen $f(x) = x^2$ und $g(x) = 0,5 - x^2$ in ein Koordinatensystem! Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte beider Funktionen!
 - Zeige: In einem Schnittpunkt ist die Tangente an f gleichzeitig Normale von g und umgekehrt.
 - Es gibt noch weitere Funktionen der Form $f_t(x) = tx^2$ und $g_s(x) = 0,5 - sx^2$, deren Schaubilder die in b) genannte Eigenschaft haben. Welche Bedingung müssen die Zahlen t und s erfüllen, damit dies der Fall ist?
- Gegeben sei die Funktion $f(x) = -0,5x - 2$. Bestimmen Sie eine Gleichung für die Tangente an die Parabel $y = x^2 + x + 1$, die dem Graph von f parallel ist!
- Weisen Sie nach, dass für die Funktion f mit $f(x) = 0,5(x^2 + 2x + 2)$ folgende Differentialgleichung gilt:
 $1 + (f')^2 = 2ff''$!
- Für jede Zahl $a \in \mathbb{R}$ ist durch $f_a(x) = x^3 + 0,5ax^2 + (a+1)x$ eine Funktion f_a und ein Graph K_a gegeben.
 - Es gibt zwei Punkte, die auf allen Kurven K_a liegen. Gib ihre Koordinaten an.
 - Zeige: Es gibt eine Stelle x_0 , für welche die Tangenten aller Kurven K_a parallel sind. Gib x_0 und die Steigung der Tangenten an.
 - Für welche a -Werte schneidet K_a die 2. Winkelhalbierende dreimal, zweimal, einmal?
 - Skizziere die Kurvenschar $(K_{-1}, K_0, K_1, K_2 \text{ und } K_3)$.