



## 4. Prüfungskomplex - Mathematik Schuljahr 2018/19

### Tangenten, Sekanten, Normalen

Abgabetermin:  
22.10.2018

- Gegeben sei die Funktion  $f(x) = x^3 - 2x + 1$ .
  - Welchen Anstieg hat die Tangente an den Graph von  $f$  im Punkt  $P(-2 | f(-2))$ ?
  - Geben Sie eine Gleichung der Tangente an!
  - Ermitteln Sie die Schnittpunkte der Tangente mit den Koordinatenachsen!
  - Welchen Winkel bildet die Tangente mit der positiven  $x$ -Achse?
  - An welcher Stelle hat  $f$  den Anstieg 4?
- Gegeben sei die Funktion  $f(x) = 1/x$ .
  - Berechnen Sie den Anstieg der Sekante  $s$  des Graphen von  $f$  durch die Punkte  $P_1(0,25 | f(0,25))$  und  $P_2(4 | f(4))$ !
  - Bestimmen Sie diejenigen Punkte  $P_i$  ( $i=3,4,\dots$ ) des Graphen von  $f$ , in denen der Tangentenanstieg mit dem Sekantenanstieg von  $s$  übereinstimmt!
  - Geben Sie für die Punkte  $P_i$  jeweils eine Tangentengleichung an!
- Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente und der Normalen im Punkt  $P_0(2,25 | f(2,25))$  für die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = \frac{1}{x} - \sqrt{x} + 1$ .
- Berechnen Sie die von  $O(0|0)$  verschiedenen Schnittpunkte  $S_1$  und  $S_2$  des Schaubildes von  $f(x) = x^3 - 2x$  mit der Normalen in  $O(0|0)$ .
  - Zeigen Sie: Die Tangenten in  $S_1$  und  $S_2$  sind parallel!
- Zeichnen Sie die Funktionen  $f(x) = x^2$  und  $g(x) = 0,5 - x^2$  in ein Koordinatensystem! Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte beider Funktionen!
  - Zeige: In einem Schnittpunkt ist die Tangente an  $f$  gleichzeitig Normale von  $g$  und umgekehrt.
  - Es gibt noch weitere Funktionen der Form  $f_t(x) = tx^2$  und  $g_s(x) = 0,5 - sx^2$ , deren Schaubilder die in b) genannte Eigenschaft haben. Welche Bedingung müssen die Zahlen  $t$  und  $s$  erfüllen, damit dies der Fall ist?
- Gegeben sei die Funktion  $f(x) = -0,5x - 2$ . Bestimmen Sie eine Gleichung für die Tangente an die Parabel  $y = x^2 + x + 1$ , die dem Graph von  $f$  parallel ist!
- Weisen Sie nach, dass für die Funktion  $f$  mit  $f(x) = 0,5(x^2 + 2x + 2)$  folgende Differentialgleichung gilt:  
 $1 + (f')^2 = 2ff''$ !
- Für jede Zahl  $a \in \mathbb{R}$  ist durch  $f_a(x) = x^3 + 0,5ax^2 + (a+1)x$  eine Funktion  $f_a$  und ein Graph  $K_a$  gegeben.
  - Es gibt zwei Punkte, die auf allen Kurven  $K_a$  liegen. Gib ihre Koordinaten an.
  - Zeige: Es gibt eine Stelle  $x_0$ , für welche die Tangenten aller Kurven  $K_a$  parallel sind. Gib  $x_0$  und die Steigung der Tangenten an.
  - Für welche  $a$ -Werte schneidet  $K_a$  die 2. Winkelhalbierende dreimal, zweimal, einmal?
  - Skizziere die Kurvenschar  $(K_{-1}, K_0, K_1, K_2$  und  $K_3)$ .